Comissão Permanente de Vestibular

2021
2022
2023
2024
2025
2026

Vestibular de Medicina da URI Erechim

Matemática: provas comentadas



Clemerson Alberi Pedroso
Simone Fátima Zanoello

URI
ERECHIM

CLEMERSON ALBERI PEDROSO

SIMONE FÁTIMA ZANOELLO

Vestibular de Medicina da URI Erechim

Matemática: provas comentadas

(2021–2026)

ERECHIM
2026

Todos os direitos reservados à EDIFAPES.
Proibida a reprodução total ou parcial, de qualquer forma e por qualquer meio mecânico ou eletrônico, inclusive através de fotocópias e de gravações, sem a expressa permissão dos autores. Os dados e a completude das referências são de inteira e única responsabilidade dos autores.

Revisão: Os autores
Capa: Os autores

Conselho Editorial:
Adilson Luis Stankiewicz (URI / Erechim/RS) – Presidente
Arnaldo Nogaro (URI / Erechim/RS)
Cláudia Petry (UPF / Passo Fundo/RS)
Elcemina Lucia Balvedi Pagliosa (URI / Erechim/RS)
Elisabete Maria Zanin (URI /Erechim/RS)
Jadir Camargo Lemos (UFSM / Santa Maria/RS)
Maria Elaine Trevisan (UFSM / Santa Maria/RS)
Neila Tonin Agranionih (UFPR / Curitiba/PR)
Sérgio Bigolin (URI / Erechim/RS)
Yuri Tavares Rocha (USP / São Paulo/SP)

C733v Comissão Permanente de Vestibular
Vestibular de Medicina da URI Erechim, Matemática [recurso eletrônico] : provas comentadas (período 2021 a 2026) / Clemerson Alberi Pedroso, Simone Fátima Zanoello; Comissão Permanente de Vestibular. – Erechim, RS: EdiFAPES, 2026.
Recurso eletrônico
ISBN 978-65-84142-14-5

1. Matemática – provas II. Vestibular I. Título II. Zanoello, Simone Fátima III. Pedroso, Clemerson Alberi

C.D.U.: 51

Catalogação na fonte: bibliotecária Sandra Milbrath CRB 10/1278

EDIFAPES

Livraria e Editora
Av. 7 de Setembro, 1621
99.709-910 – Erechim-RS
Fone: (54) 3520-9000
https://www.uricer.edu.br/edifapes/

Sumário

	Apresentação	5
	Sobre os Autores	6
	Agradecimentos	8
1	Vestibular 2021	9
2	Vestibular 2022	25
3	Vestibular 2023	41
4	Vestibular 2024	57
5	Vestibular 2025	74
6	Vestibular 2026	88
	Índice de Conteúdos	104

Apresentação

É com grande satisfação que apresentamos o *e-book* contendo as questões de Matemática, comentadas, do Vestibular de Medicina da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI), Câmpus Erechim, pois temos como propósito contribuir para a preparação de estudantes que buscam êxito em diversos processos seletivos.

Organizada em capítulos, cada um correspondente a uma edição do Vestibular de Medicina, no período de 2021 a 2026, a obra apresenta questões de Matemática acompanhadas de suas respectivas resoluções. Essas resoluções foram elaboradas de forma clara, organizada e didática, permitindo ao leitor compreender não apenas a resposta correta, mas também diferentes estratégias de resolução e o raciocínio matemático empregado na construção da solução.

Mais do que apresentar respostas para às questões, este livro foi concebido para ser um instrumento de aprendizagem. Além das resoluções, contém índice de conteúdos que facilita a localização dos principais temas abordados e possibilita um estudo direcionado conforme as necessidades de cada estudante. Dessa forma, a obra contribui para uma preparação mais consistente e confiante, não apenas para vestibulares de medicina, mas também para outros processos seletivos que exijam domínio dos conteúdos matemáticos.

Cabe destacar que, a partir da edição de 2023, reformulou-se o Vestibular de Medicina da URI em sua estrutura, objetivando priorizar, igualmente, todas as áreas do conhecimento. Assim, todas as disciplinas passaram a ter 8 questões.

Esperamos que este *e-book* se torne um importante aliado de professores e estudantes, contribuindo para a consolidação dos seus conhecimentos, o fortalecimento da confiança e a conquista de seus objetivos.

Bons estudos e muito sucesso em sua caminhada!

Os autores.

Sobre os Autores

Clemerson Alberi Pedroso

Graduado em Licenciatura Plena em Ciências, com habilitação em Matemática, pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), e mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Docente da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI), Câmpus de Erechim, possui ampla experiência no ensino superior, tendo atuado em disciplinas de matemática nos cursos de Engenharias, Ciência da Computação, Licenciatura em Matemática, Administração, Ciências Contábeis, Farmácia, Biologia, Química Industrial, além de disciplinas ministradas nos programas de Mestrado e Doutorado em Engenharia de Alimentos.

Coautor e organizador da obra “Experiências de Modelagem no Ensino de Matemática”, desenvolvida em parceria com docentes de diferentes instituições de ensino superior (URI, UFFS, UNIPAMPA, IFRS e IFSC), coautor dos livros “Matemática e Tecnologias: Atividades de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio com a Utilização de Softwares Gratuitos” e “Matemática e Tecnologias: Possibilidades Práticas e Narrativas Matemáticas”.

Ao longo de sua trajetória acadêmica, orientou diversos projetos de iniciação científica, trabalhos de conclusão de curso e pesquisas, com destaque para estudos na área de escoamento de fluidos, aliando a Matemática às suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento. Sua atuação é marcada pelo compromisso com a formação de estudantes, pela produção de materiais didáticos e pelo desenvolvimento de pesquisas voltadas ao ensino e às aplicações da Matemática.

Simone Fátima Zanoello

Graduada em Licenciatura Curta em Ciências Físicas e Biológicas e em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI) – Câmpus Erechim. É Mestra em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA).

Atua como docente da URI Erechim há vários anos, dedicando-se à formação de profissionais e professores em diferentes áreas do conhecimento. Ao longo de sua trajetória

acadêmica, ministrou disciplinas de Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática, Informática, Ciência da Computação, Química Industrial, Engenharias, Farmácia e Pedagogia, além de atuar em cursos de Pós-Graduação *Lato Sensu*.

É responsável pelo Laboratório de Matemática da Instituição, desenvolvendo ações voltadas ao ensino, à aprendizagem e à inovação pedagógica. Sua atuação acadêmica é marcada pelo compromisso com a excelência no ensino da Matemática, pela formação de docentes e profissionais de diversas áreas e pela produção de materiais didáticos destinados ao desenvolvimento da aprendizagem. Essa trajetória é enriquecida pela experiência de dezesseis anos como professora de Matemática no Ensino Fundamental II, período em que consolidou práticas pedagógicas e aprofundou sua compreensão dos processos de ensino e aprendizagem. Suas produções refletem a sólida experiência construída ao longo da carreira, aliando prática docente, elaboração de recursos educacionais e constante preocupação com a qualidade da aprendizagem.

Além de sua atuação na área da Matemática, exerce a função de coordenadora da Comissão Própria de Avaliação (CPA) da Instituição. Essa atividade amplia sua experiência na gestão acadêmica e institucional, proporcionando oportunidades contínuas de aprendizado, reflexão e aprimoramento da prática docente, bem como contribuindo para o fortalecimento da cultura de avaliação e qualidade educacional.

Agradecimentos

Manifestamos nossa sincera gratidão à Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI), em especial ao Câmpus de Erechim, pelo apoio recebido para a elaboração desta obra e pela condução de um processo seletivo pautado pela seriedade, pela qualidade e pelo compromisso com o conhecimento. Os vestibulares promovidos pela Instituição constituem importante referência para estudantes e educadores, inspirando o desenvolvimento deste trabalho.

Registramos, também, nosso profundo agradecimento aos colegas da Comissão Permanente do Vestibular, cuja competência, profissionalismo e dedicação são fundamentais para o planejamento e a execução de cada processo seletivo. O comprometimento de todos com a qualidade das avaliações contribui, significativamente, para a credibilidade e o prestígio do vestibular da URI.

Por fim, agradecemos a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização desta obra. Esperamos que este *e-book* se torne um instrumento útil de estudo e aprendizagem, auxiliando os candidatos em sua preparação e incentivando o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Capítulo 1

VESTIBULAR 2021



Questão 41

Analise as afirmações a seguir:

I. O quociente entre 90^{100} e 30^{50} é igual a 270^{50}.
II. O resultado da soma $20\sqrt{12}+5\sqrt{3}+10\sqrt{75}$ é igual a $90\sqrt{3}$.
III. O número $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}$ é menor do que o número $\sqrt[5]{3}$.
IV. A razão $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ é igual a $2+2\sqrt{3}$.

Considerando os itens acima, é **correto** o que se afirma em:

a. ( ) I e IV, apenas.
b. ( ) I e III, apenas.
c. ( ) II e III, apenas.
d. ( ) II e IV, apenas.
e. ( ) III e IV, apenas.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: o quociente entre 90^{100} e 30^{50} é igual a 270^{50}.

Considerando que $\dfrac{90^{100}}{30^{50}}$ pode ser reescrita como:

$$\frac{(3\cdot 30)^{100}}{30^{50}}=\frac{3^{100}\cdot 30^{100}}{30^{50}}=3^{100}\cdot 30^{100}\cdot 30^{-50}=3^{100}\cdot 30^{50}$$

E que, 270^{50} pode ser reescrita como:

$$270^{50}=(9\cdot 30)^{50}=(3^2\cdot 30)^{50}=3^{100}\cdot 30^{50}$$

Note que as duas expressões são iguais, portanto a afirmação é verdadeira.

Outra maneira de resolver é considerar $\dfrac{90^{100}}{30^{50}}=\dfrac{90^{50}\cdot 90^{50}}{30^{50}}$ então:

$$\frac{90^{50}\cdot 90^{50}}{30^{50}}=\frac{90^{50}}{30^{50}}\cdot 90^{50}=\left(\frac{90}{30}\right)^{50}\cdot 90^{50}=3^{50}\cdot 90^{50}=(3\cdot 90)^{50}=270^{50}$$

AFIRMAÇÃO II: O resultado da soma $20\sqrt{12}+5\sqrt{3}+10\sqrt{75}$ é igual a $90\sqrt{3}$.

Considerando que $20\sqrt{12}+5\sqrt{3}+10\sqrt{75}$ pode ser reescrita como:

$$20\sqrt{4\cdot 3}+5\sqrt{3}+10\sqrt{25\cdot 3}$$
$$20\sqrt{2^2\cdot 3}+5\sqrt{3}+10\sqrt{5^2\cdot 3}$$
$$20\sqrt{2^2}\sqrt{3}+5\sqrt{3}+10\sqrt{5^2}\sqrt{3}$$
$$20\cdot 2\sqrt{3}+5\sqrt{3}+10\cdot 5\sqrt{3}$$
$$40\sqrt{3}+5\sqrt{3}+50\sqrt{3}$$
$$95\sqrt{3}$$

Portanto, $20\sqrt{12}+5\sqrt{3}+10\sqrt{75}\neq 90\sqrt{3}$, logo a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO III: O número $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}$ é menor do que o número $\sqrt[5]{3}$.

Considerando que $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}$ pode ser reescrita como:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}}=\left(3^{1/4}\right)^{1/3}=3^{(1/4)(1/3)}=3^{1/12}$$

E, que $\sqrt[5]{3}$, pode ser reescrita como:

$$\sqrt[5]{3}=3^{1/5}$$

Agora comparando $3^{1/12}$ e $3^{1/5}$, como as bases são iguais, o maior expoente gera um número maior. Desta forma, se:

$$\frac{1}{12}<\frac{1}{5}$$

Então, a desigualdade $3^{1/12}<3^{1/5}$ é verdadeira. Portanto, a afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO IV: A razão $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ é igual a $2+2\sqrt{3}$.

Multiplicando o numerador e denominador da razão dada pelo conjugado $\sqrt{3}+1$.

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}=\frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$$

Nota-se que $2+2\sqrt{3}\neq 2+\sqrt{3}$. Portanto, a afirmação é falsa.

Assim, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 42

A nova placa de identificação veicular, também conhecida como “Padrão Mercosul”, utiliza um sistema alfanumérico com quatro letras (de um total de 26) e três algarismos (de 0 a 9), no formato, por exemplo, ABC2D34. Com relação a esse novo formato de placa, pode-se afirmar que o número máximo de veículos que podem ser emplacados será o resultado das operações

a. ( ) $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
b. ( ) $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$
c. ( ) $26^3 + 10 + 26 + 10^2$
d. ( ) $26^4 + 10^3$
e. ( ) $26^4 \cdot 10^3$

Resolução

No novo formato de placa **ABC2D34**, existem: 4 letras (de um total de 26) e 3 algarismos (de 0 a 9).

Com relação ao número de combinações das letras: cada uma das 4 posições pode ter 26 letras. Então pelo princípio fundamental da contagem (multiplicativo):

$$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 = 26^4$$

De forma semelhante, com relação ao número de combinações dos algarismos: cada uma das 3 posições pode ter 10 algarismos:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot = 10^3$$

Portanto, multiplicando as possibilidades:

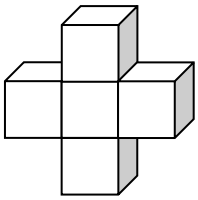
$$26^4 \cdot 10^3$$

Assim, a alternativa correta é a letra “e”.

Questão 43

Conforme ilustrado na figura abaixo, cinco cubos idênticos e justapostos formam uma cruz. Considerando-se que a área total da cruz é 550 cm^2, pode-se afirmar que o volume, em cm^3, de cada cubo é igual a

a. ( ) 22
b. ( ) 25
c. ( ) 100
d. ( ) 125
e. ( ) 150



Resolução

Um cubo possui 6 faces, então a área de um cubo é

$$A_{CUBO} = 6a^2$$

Se estivessem separados, a área total dos 5 cubos seria:

$$5 \cdot 6a^2 = 30a^2$$

Na cruz, o cubo central encosta em 4 cubos (cima, baixo, esquerda, direita). Cada contato esconde 2 faces de área a^2, como são 4 contatos a área que deixa de aparecer é

$$4 \cdot 2a^2 = 8a^2$$

Assim, a área externa da cruz será dada pela expressão:

$$A_{EXTERNA} = 30a^2 - 8a^2 = 22a^2$$

A área total da cruz é 550 cm^2, então, pode-se encontrar a aresta "a":

$$22a^2 = 550$$
$$a^2 = \frac{550}{22}$$
$$a^2 = 25$$
$$a = 5$$

Desta forma, o volume, em cm^3, de cada cubo é igual a:

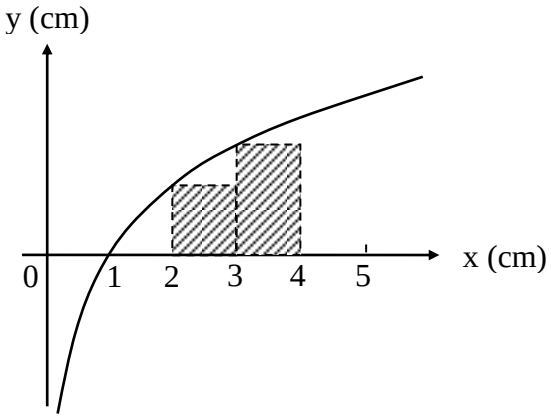
$$V = a^3 = 5^3 = 125\,cm^3$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "d".

Questão 44

A figura abaixo representa o gráfico da função $f(x)=\log_7(x)$, $x>0$, cujo valor da área hachurada, em cm^2, é:

a. ( ) $\log_7(2)$
b. ( ) $\log_7(3)$
c. ( ) $\log_7(4)$
d. ( ) $\log_7(5)$
e. ( ) $\log_7(6)$



Resolução

Como a função é $f(x)=\log_7(x)$, as alturas dos retângulos menor e maior são, respectivamente, dadas por:

$$f(2)=\log_7(2) \qquad \text{e} \qquad f(3)=\log_7(3)$$

A área de um retângulo pode ser obtida multiplicando a base pela altura. Conforme a figura, note que a base de cada um dos retângulos formados tem uma unidade de comprimento, ou seja, 1 cm. Então, a soma das áreas será:

$$A=1\cdot\log_7(2)+1\cdot\log_7(3)$$
$$A=\log_7(2)+\log_7(3)$$

A soma de logaritmos de mesma base pode ser reescrita usando a seguinte propriedade:

$$\log_b(m)+\log_b(n)=\log_b(mn)$$

Finalmente, a área dos dois retângulos é

$$A=\log_7(2)+\log_7(3)$$
$$A=\log_7(2\cdot 3)$$
$$A=\log_7(6)$$

A alternativa correta é a letra "e".

Questão 45

Os coeficientes do polinômio $P(x)=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1$ são todos reais e formam uma progressão aritmética quando considerados na ordem a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5. Sabendo-se que $a_2=6$ e que $a_5=12$, pode-se afirmar que $P(-1)$ é

a. ( ) zero.
b. ( ) o dobro de 2.
c. ( ) um número maior que 20.
d. ( ) um número entre 12 e 16.
e. ( ) um número menor que zero.

Resolução

O termo geral de uma progressão aritmética (PA) é pode ser encontrado por

$$a_n=a_1+(n-1)r$$

Sendo "a_1" o primeiro termo, "r" a razão, "n" a posição do termo e "a_n" o enésimo termo. Então, se $a_2=6$ e $a_5=12$, há as seguintes afirmações:

$$\begin{aligned} a_2&=a_1+(2-1)r \\ 6&=a_1+r \end{aligned} \quad \text{e} \quad \begin{aligned} a_5&=a_1+(5-1)r \\ 12&=a_1+4r \end{aligned}$$

Das quais resolvendo o sistema

$$\begin{cases} a_1+4r=12 \\ a_1+r=6 \end{cases}$$

encontra-se que, $a_1=4$ e $r=2$. Assim, o polinômio será dado por $P(x)=12x^5+10x^4+8x^3+6x^2+4$.

Finalmente, $P(-1)$ pode ser encontrado

$$\begin{aligned} P(-1)&=12(-1)^5+10(-1)^4+8(-1)^3+6(-1)^2+4 \\ P(-1)&=-12+10-8+6+4 \\ P(-1)&=0 \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "a".

Questão 46

As raízes da equação $x^3 - 9x^2 + 20x - 12 = 0$ são as dimensões do comprimento, da largura e da altura, em metros, de um prisma de base retangular. A área total e o volume deste prisma são, respectivamente:

a. ( ) 12 m^2 e 40 m^3
b. ( ) 40 m^2 e 12 m^3
c. ( ) 56 m^2 e 24 m^3
d. ( ) 40 m^2 e 24 m^3
e. ( ) 52 m^2 e 12 m^3

Resolução

Considerando a equação $x^3 - 9x^2 + 20x - 12 = 0$ e testando possíveis raízes inteiras, como, por exemplo, $x = 1$:

$$(1)^3 - 9(1)^2 + 20(1) - 12 = 0$$
$$1 - 9 + 20 - 12 = 0$$
$$0 = 0$$

Conclui-se que $x = 1$ é uma raiz. Portanto, pode-se escrever a forma fatorada:

$$(x-1)(x^2 - 8x + 12) = 0$$
$$(x-1)(x-2)(x-6) = 0$$

Então as raízes são: $x = 1$, $x = 2$ e $x = 6$. Finalmente, calculando a área total e o volume:

$$A_{TOTAL} = 2(1 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6) = 40\,m^2$$

$$V = 1 \cdot 2 \cdot 6 = 12\,m^3$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "b".

As dimensões do prisma também podem ser encontradas aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, com o qual pode-se encontrar uma das raízes, e após, pela fórmula de Bháskara obter as outras duas raízes. Definidas as dimensões do prisma é possível calcular o Volume conforme descrição acima.

Questão 47

Analise as afirmações a seguir:

I. A função $f(x)=3^{2x}-4\cdot 3^{x}+3$ tem uma única raiz real.

II. A solução de $2^{x}=3$ pode ser obtida usando-se logaritmos.

III. Todos os números reais do intervalo $]-1;\ 5[$ satisfazem a desigualdade $|x-2|<3$.

IV. Considerando-se a unidade imaginária $i=\sqrt{-1}$, pode-se afirmar $i^{99}=-1$.

Considerando os itens acima, é **correto** o que se afirma em:

a. ( ) II, apenas.
b. ( ) III e IV, apenas.
c. ( ) II e III, apenas.
d. ( ) I e IV, apenas.
e. ( ) I e III, apenas.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: a função $f(x)=3^{2x}-4\cdot 3^{x}+3$ tem uma única raiz real.

Considerando a função na forma $f(x)=\left(3^{x}\right)^{2}-4\cdot 3^{x}+3$ e considerando $3^{x}=w$, pode-se escrever:

$$w^{2}-4\cdot w+3=0$$
$$(w-1)(w-3)=0$$

Cujas raízes são $w=1$ e $w=3$. Note que a equação também pode ser resolvida pela fórmula de Bháskara.

Assim,

$$3^{x}=1\Rightarrow x=0 \quad \text{e} \quad 3^{x}=3\Rightarrow x=1$$

Logo, há duas raízes reais “0” e “1”. A afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO II: a solução de $2^x = 3$ pode ser obtida usando-se logaritmos.

A equação não pode ser resolvida por métodos algébricos simples, pois não é possível igualar as bases, então usa-se logaritmos.

$$2^x = 3$$
$$\log 2^x = \log 3$$
$$x \log 2 = \log 3$$
$$x = \frac{\log 3}{\log 2}$$

Portanto, a afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO III: todos os números reais do intervalo]–1; 5[satisfazem a desigualdade $|x - 2| < 3$.

Considerando a desigualdade $|x - 2| < 3$ isso significa que

$$-3 < x - 2 < 3$$
$$-3 + 2 < x < 3 + 2$$
$$-1 < x < 5$$

Portanto, a solução para a desigualdade modular é o intervalo:

$$]-1; 5[$$

A afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO IV: Considerando-se a unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$, pode-se afirmar $i^{99} = -1$.

Sabe-se que $i = \sqrt{-1}$ e que as potências de "i" são cíclicas:

$$i^1 = i,\ i^2 = -1,\ i^3 = -i,\ i^4 = 1$$

Depois disso, o padrão se repete a cada 4. Na potência i^{99} o número 99 dividido por 4 equivale a

$$99 = 4 \cdot 24 + 3$$

Ou seja,

$$i^{99} = i^3 = -i$$

Portanto, a afirmação é falsa.

A alternativa correta dessa questão é a letra "c".

Questão 48

A pandemia do Coronavírus praticamente parou o mundo neste ano, causando desemprego e agravando a situação financeira de muitas famílias. Em contrapartida, muitas pessoas se uniram para realizar ações de solidariedade. Considere três grupos, de cidades distintas, que promoveram arrecadação de alimentos: o grupo 1 e o grupo 3, juntos, arrecadaram 20.040 kg; os grupos 2 e 3, juntos, arrecadaram 17.900 kg; os grupos 1 e 2 arrecadaram 20.540 kg.

Quantos quilogramas de alimentos foram arrecadados por cada um dos grupos?

a. ( ) Grupo 1 arrecadou 10.340 kg, grupo 2 arrecadou 19.400 kg e grupo 3 arrecadou 8.700 kg.
b. ( ) Grupo 1 arrecadou 11.340 kg, grupo 2 arrecadou 9.000 kg e grupo 3 arrecadou 8.700 kg.
c. ( ) Grupo 1 arrecadou 11.340 kg, grupo 2 arrecadou 9.200 kg e grupo 3 arrecadou 17.400 kg.
d. ( ) Grupo 1 arrecadou 11.340 kg, grupo 2 arrecadou 9.200 kg e grupo 3 arrecadou 8.700 kg.
e. ( ) Grupo 1 arrecadou 10.340 kg, grupo 2 arrecadou 9.200 kg e grupo 3 arrecadou 8.700 kg.

Resolução

Organizando as informações. Sejam:

$$\begin{aligned} x &= \text{grupo } 1 \\ y &= \text{grupo } 2 \\ z &= \text{grupo } 3 \end{aligned}$$

pode-se escrever o sistema:

$$\begin{aligned} x + z &= 20.040 \\ y + z &= 17.900 \\ x + y &= 20.540 \end{aligned}$$

Somando todo o sistema (lados esquerdo e direito) obtém-se:

$$\begin{aligned} (x+z)+(y+z)+(x+y) &= 20.040+17.900+20.540 \\ 2x+2y+2z &= 58.480 \\ 2(x+y+z) &= 58.480 \\ x+y+z &= 29.240 \end{aligned}$$

O valor de cada grupo pode ser encontrado fazendo:

Grupo 1: se $x + y + z = 29.240$ e sabendo que $y + z = 17.900$ pode-se encontrar "x":

$$\begin{aligned} x + y + z &= 29.240 \\ x + 17.900 &= 29.240 \\ x &= 29.240 - 17.900 \\ x &= 11.340 \end{aligned}$$

Grupo 2: se $x + y = 20.540$ e sabendo que $x = 11.340$ pode-se encontrar "y":

$$\begin{aligned} x + y &= 20.540 \\ 11.340 + y &= 20.540 \\ y &= 9.200 \end{aligned}$$

Grupo 3: se $y + z = 17.900$ e sabendo que $y = 9.200$ pode-se encontrar "z":

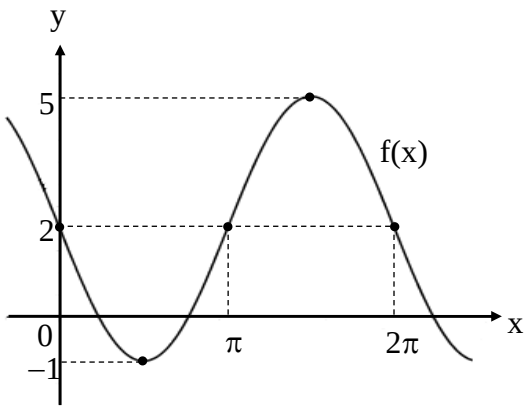
$$\begin{aligned} y + z &= 17.900 \\ 9.200 + z &= 17.900 \\ z &= 17.900 - 9200 \\ z &= 8.700 \end{aligned}$$

O sistema também pode ser resolvido por outros métodos, dentre eles o Método de Gauss.

Portanto, a solução do sistema é $[11.340 \quad 9.200 \quad 8.700]^T$ e a **alternativa correta é a letra "d".**

Questão 49

Considere o gráfico da função f(x).



Baseado no gráfico, pode-se afirmar que a função é

a. ( ) $f(x)=2-3\text{sen}(x)$
b. ( ) $f(x)=2-3\cos(x)$
c. ( ) $f(x)=2+3\text{sen}(x)$
d. ( ) $f(x)=2+3\cos(x)$
e. ( ) $f(x)=\text{sen}(x)+\cos(x)$

Resolução

O gráfico passa pelos pontos $(0,2)$, $(\pi,2)$ e $(2\pi,2)$, então a linha média é $y=2$. Observe que o mínimo é $y=-1$ e o máximo é $y=5$, dessa forma a amplitude será:

$$\text{amplitude}=\frac{5-(-1)}{2}=3$$

Então, a função tem a forma:

$$f(x)=2+3(\text{função trigonométrica})$$

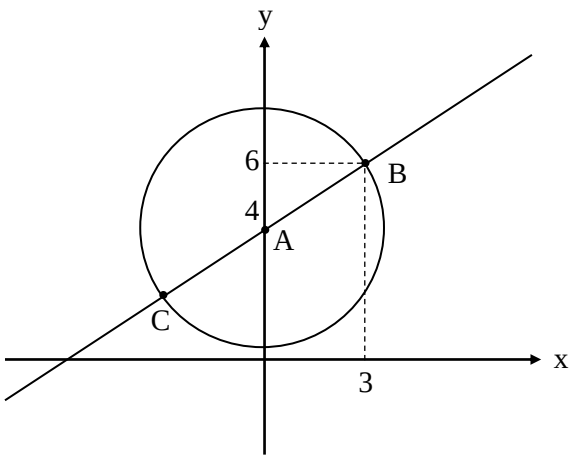
Agora observando o comportamento, note que em $x=0$, $f(0)=2$, típico do seno. Note, também, que o gráfico desce primeiro (vai até -1) indicando que é seno com sinal negativo. Assim, a função trigonométrica é

$$f(x)=2-3\text{sen}(x)$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "a".

Questão 50

Observe a figura:



Com relação à figura, analise as proposições:

I. O valor da abscissa do ponto C é o oposto de 3.
II. A equação da reta que passa pelos pontos A e B é $y = 2x - 4$.
III. $x^2 + y^2 - 8y + 3 = 0$ é a equação da circunferência representada na figura.
IV. O ponto (–1, 2) pertence ao interior da circunferência.

Considerando-se os itens acima, é **correto** o que se afirma em:

a. ( ) I e IV, apenas.
b. ( ) I e III, apenas.
c. ( ) I, III e IV, apenas.
d. ( ) I, II e III, apenas.
e. ( ) II, III e IV, apenas.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: o valor da abscissa do ponto C é o oposto de 3.

Como a circunferência é centrada em $x = 0$ e o ponto B está em $x = 3$, o ponto simétrico à esquerda (C) está em:

$$x = -3$$

Portanto, a afirmação é verdadeira.

Esta afirmação também poderia ter sido verificada através de um sistema entre a equação da reta, $2x - 3y = -12$, a equação da circunferência, $x^2 + y^2 - 8y + 3 = 0$, obtendo-se como solução: $x = \pm 3$.

AFIRMAÇÃO II: a equação da reta que passa pelos pontos A e B é $y = 2x - 4$.

Considerando os pontos $A = (0, 4)$ e $B = (3, 6)$, pode-se calcular o coeficiente angular:

$$m = \frac{6-4}{3-0} = \frac{2}{3}$$

Logo, a equação será:

$$y = \frac{2}{3}x + 4$$

Portanto, a afirmação é falsa.

O determinante também pode ser usado para provar que a afirmação é falsa.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Obtendo a equação: $2x - 3y + 12 = 0$. Encontra-se a partir da mesma a equação reduzida: $y = \frac{2}{3}x + 4$.

AFIRMAÇÃO III: $x^2 + y^2 - 8y + 3 = 0$ é a equação da circunferência representada na figura.

Considerando os pontos $(0, 4)$ e $(3, 6)$ pode-se calcular o raio da circunferência, calculando a distância entre dois pontos:

$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (6-4)^2}$$
$$d = \sqrt{9+4}$$
$$d = \sqrt{13}$$

Ou seja, o raio da circunferência é $r = \sqrt{13}$. Agora considerando que o centro é dado pelo ponto $(0, 4)$ e o raio é igual a $r = \sqrt{13}$. A equação da circunferência será:

$$(x-0)^2+(y-4)^2=\sqrt{13}^2$$
$$x^2+y^2-8y+16=13$$
$$x^2+y^2-8y+3=0$$

Portanto, a afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO IV: o ponto (–1, 2) pertence ao interior da circunferência.

Na afirmação III, foi calculado o raio da circunferência, obtendo-se: $\sqrt{13}$. Após, calcula-se a distância entre o Centro da circunferência (0,4) e o ponto A(–1, 2):

$$d=\sqrt{(0+1)^2+(4-2)^2}$$
$$d=\sqrt{1+4}$$
$$d=\sqrt{5}$$

Como $\sqrt{5}<\sqrt{13}$, o ponto pertence ao interior da circunferência.

Finalmente, a alternativa correta é a letra "c".

Capítulo 2

VESTIBULAR 2022



Questão 41

Considerando a matriz A, de ordem 3, definida por $a_{ij} = i - 2j$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

A soma dos elementos da diagonal principal da matriz $C = A \cdot B$ é:

a. ( ) -2
b. ( ) -4
c. ( ) -8
d. ( ) 8
e. ( ) 16

Resolução

A matriz A é definida por $a_{ij} = i - 2j$, com "i" e "j" assumindo os valores 1, 2 e 3. Então:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2\cdot 1 & 1-2\cdot 2 & 1-2\cdot 3 \\ 2-2\cdot 1 & 2-2\cdot 2 & 2-2\cdot 3 \\ 3-2\cdot 1 & 3-2\cdot 2 & 3-2\cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

A matriz B é:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicando A por B obtemos a matriz C:

$$C = A \cdot B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = A \cdot B = \begin{bmatrix} (-1)(-1)+(-3)\cdot 0+(-5)\cdot 1 & (-1)\cdot 1+(-3)\cdot 1+(-5)\cdot(-1) & (-1)\cdot 0+(-3)\cdot 2+(-5)\cdot 0 \\ 0\cdot(-1)+(-2)\cdot 0+(-4)\cdot 1 & 0\cdot 1+(-2)\cdot 1+(-4)\cdot(-1) & 0\cdot 0+(-2)\cdot 2+(-4)\cdot 0 \\ 1\cdot(-1)+(-1)\cdot 0+(-3)\cdot 1 & 1\cdot 1+(-1)\cdot 1+(-3)\cdot(-1) & 1\cdot 0+(-1)\cdot 2+(-3)\cdot 0 \end{bmatrix}$$

$$C = A \cdot B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -6 \\ -4 & 2 & -4 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Queremos a soma da diagonal principal de C=A·B, ou seja, o traço de C. Portanto:

$$-4+2-2=-4$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 42

Considere que a meia-vida de um determinado medicamento seja de 8 horas. Lembre que meia-vida é o tempo necessário para que a quantidade inicial do medicamento, no organismo, seja reduzida pela metade. Admitindo que uma dose de 400 mg desse medicamento seja administrada ao meio-dia, a concentração no organismo, nesse mesmo horário do meio-dia, após dois dias, será de:

a. ( ) 3,75 mg
b. ( ) 4,25 mg
c. ( ) 4,75 mg
d. ( ) 6,25 mg
e. ( ) 6,75 mg

Resolução

A quantidade do medicamento segue um decaimento exponencial por meia-vida:

$$Q(t) = Q_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}$$

Sendo: $Q_0 = 400\,\text{mg}\,(\text{dose inicial})$
$T = 8\,\text{horas}\,(\text{meia - vida})$
$t = 48\,\text{horas}\,(2\,\text{dias})$

Então,

$$Q(48) = 400\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{48/8} = 400\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{6} = 400\cdot\frac{1}{64} = 6{,}25\,\text{mg}$$

Assim, a alternativa correta é a letra "d".

Questão 43

Considere a relação f de reais em reais definida por $f(x) = ax + b$, se $f(1) = -20$ e $f(3) = -10$, então $f(f(6))$ é igual a

a. ( ) 0
b. ( ) 25
c. ( ) -20
d. ( ) 150
e. ( ) -50

Resolução

Dado que $f(x) = ax + b$, com

$$f(1) = a + b = -20$$
$$f(3) = 3a + b = -10$$

As equações formam um sistema:

$$\begin{cases} a + b = -20 \\ 3a + b = -10 \end{cases}$$

Cuja solução é $a = 5$ e $b = -25$. Logo,

$$f(x) = 5x - 25$$

Calculando

$$f(6) = 5 \cdot 6 - 25 = 5$$

Agora,

$$f(f(6)) = 5 \cdot 5 - 25 = 0$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "a".

Questão 44

Analise as afirmações a seguir.

I. Uma urna contém 5 bolas amarelas, numeradas de 1 a 5, e 8 bolas verdes, numeradas de 1 a 8. Uma bola é extraída ao acaso. Se for sorteado um número par, então pode-se afirmar que a probabilidade de ser uma bola amarela é $2/13$.

II. Numa prova de 10 questões do tipo verdadeiro (V) ou falso (F), o número de maneiras distintas que a mesma pode ser resolvida é 1.024.

III. Considere os números de 3 algarismos distintos formados com os dígitos 2, 3, 5, 8, 9. O total de números múltiplos de 5 será 12.

Considerando os itens acima, é **correto** o que se afirma em:

a. ( ) I, apenas.
b. ( ) I e III, apenas.
c. ( ) II e III, apenas.
d. ( ) II, apenas.
e. ( ) III, apenas.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: Uma urna contém 5 bolas amarelas, numeradas de 1 a 5, e 8 bolas verdes, numeradas de 1 a 8. Uma bola é extraída ao acaso. Se for sorteado um número par, então pode-se afirmar que a probabilidade de ser uma bola amarela é $2/13$.

Considerando 2 bolas amarelas pares (2 e 4) e 4 bolas verdes pares (2, 4, 6, 8), totalizam 6 bolas pares. Então, usando probabilidade condicional temos:

$$P = \frac{n^o \text{ de bolas amarelas pares}}{n^o \text{ total de bolas pares}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Portanto, a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO II: Numa prova de 10 questões do tipo verdadeiro (V) ou falso (F), o número de maneiras distintas que a mesma pode ser resolvida é 1.024.

Considerando que cada questão têm 2 opções (V ou F) e como são 10 questões independentes, pode-se aplicar o princípio multiplicativo.

$$2^{10} = 1.024$$

Portanto, há 1.024 maneiras distintas de responder a prova. A afirmação está correta.

AFIRMAÇÃO III: Considere os números de 3 algarismos distintos formados com os dígitos 2, 3, 5, 8, 9. O total de números múltiplos de 5 será 12.

Dispõe-se dos dígitos 2, 3, 5, 8, 9 e os algarismos a serem formados com 3 algarismos distintos devem ser múltiplos de 5. Note que para ser múltiplo de 5 os algarismos devem terminar em 0 ou 5, mas não dispõe-se do algarismo 0, apenas do algarismo 5. Logo restam os dígitos: 2, 3, 8, 9 para as outras duas posições (centena e dezena), sem repetição.

Utilizando o princípio da contagem para a centena há 4 opções (2, 3, 8, 9) e para a dezena há 3 opções restantes. Desta forma:

$$4 \cdot 3 = 12$$

Finalmente, 12 números podem ser formados, portanto a afirmação está correta.

Assim, a alternativa correta letra "c".

Questão 45

Numa pesquisa foram consultados 420 médicos, obtendo-se o seguinte resultado com relação à indicação de medicamentos para determinada infecção: 210 indicam o medicamento A; 190 indicam o medicamento B; e 40 indicam outros medicamentos diferentes de A e B.

Analise as afirmações a seguir:

I. O número de médicos que indicam os medicamentos A e B é 50.
II. O número de médicos que indicam somente o medicamento A é 190.
III. O número de médicos que indicam somente o medicamento B é 170.
IV. O número de médicos que não indicam o medicamento A é 180.

Considerando os itens acima, é **correto** o que se afirma em:

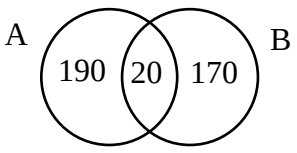
a. ( ) I e III, apenas.
b. ( ) II e III, apenas.
c. ( ) II e IV, apenas.
d. ( ) III e IV, apenas.
e. ( ) Todas corretas.

Resolução

Considerando que dos 420 médicos 40 indicam outros medicamentos diferentes de A e B. Então, pode-se concluir que 380 médicos (420 – 40) indicam os medicamentos A ou B, ou seja, $n(A \cup B) = 380$. Agora, usando o princípio da inclusão e exclusão:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 380 &= 210 + 190 - n(A \cap B) \\ 380 &= 400 - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 20 \end{aligned}$$

O diagrama de Venn ilustra a situação apresentada



40 nem A nem B

Analisando as afirmações:

AFIRMAÇÃO I: O número de médicos que indicam os medicamentos A e B é 50.

Falsa, pois $n(A \cap B) = 20$.

AFIRMAÇÃO II: O número de médicos que indicam somente o medicamento A é 190.

Verdadeira, pois $n(A) = 190$.

AFIRMAÇÃO III: O número de médicos que indicam somente o medicamento B é 170.

Verdadeira, pois $n(B) = 170$.

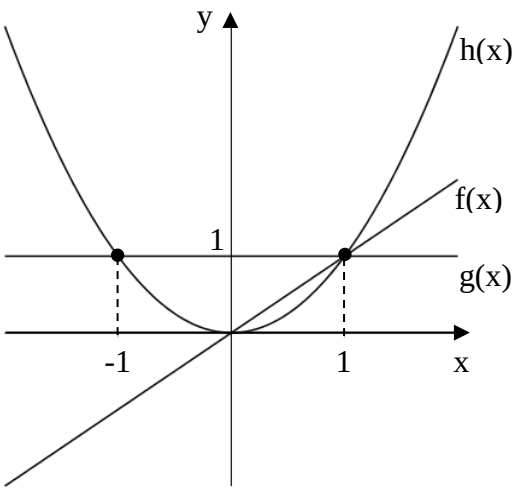
AFIRMAÇÃO IV: O número de médicos que não indicam o medicamento A é 180.

Falsa, pois $420 - 170 - 40 = 210$.

Assim, a alternativa correta letra "b".

Questão 46

Considere a seguinte figura.



A respeito dessa função, julgue os itens que seguem:

I. A desigualdade $h(1{,}5) > f(1{,}5) > g(1{,}5)$ é verdadeira.

II. A soma $h(x) + f(x) + g(x)$ é igual a $x^2 - x + 1$.

III. O conjunto $\{-1 \le x \le 1 \mid h(x) = 0\}$ contém apenas um elemento.

IV. A igualdade $h(-1) = f(-1) = g(1)$ é verdadeira.

A alternativa **correta** é

a. ( ) somente o item I é verdadeiro.
b. ( ) os itens II e III são verdadeiros.
c. ( ) todos os itens são verdadeiros.
d. ( ) somente os itens I e III são verdadeiros.
e. ( ) somente os itens I e IV são verdadeiros.

Resolução

Antes de analisar as afirmações perceba que as funções envolvidas são:

a) uma parábola passando pela origem com a concavidade para cima e passando simetricamente pelos pontos $(-1,1)$ e $(1,1)$, ou seja, $h(x) = x^2$
b) uma reta bissetriz crescente, $f(x) = x$
c) uma função constante, $g(x) = 1$

AFIRMAÇÃO I: A desigualdade $h(1{,}5) > f(1{,}5) > g(1{,}5)$ é verdadeira.

Considerando $x = 1{,}5$, note graficamente que $h(1{,}5)$ é o maior valor pertencente à parábola, $f(1{,}5)$ é um valor intermediário pertencente a reta crescente e $g(1{,}5)$ é o menor valor pertencente a função constante. Portanto, a afirmação é verdadeira.

Outra forma de verificar a desigualdade é

$$h(1{,}5) = (1{,}5)^2 = 2{,}25$$
$$f(1{,}5) = 1{,}5$$
$$g(1{,}5) = 1$$

Portanto, $h(1{,}5) > f(1{,}5) > g(1{,}5)$ é verdadeira.

AFIRMAÇÃO II: A soma $h(x) + f(x) + g(x)$ é igual a $x^2 - x + 1$.

Se as funções são $h(x) = x^2$, $f(x) = x$ e $g(x) = 1$, então $h(x) + f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$. Portanto, a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO III: O conjunto $\{-1 \le x \le 1 \mid h(x) = 0\}$ contém apenas um elemento.

Como $h(x) = 0$ somente quando $x = 0$. Portanto, a afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO IV: A igualdade $h(-1) = f(-1) = g(1)$ é falsa.

Comparando $h(-1) = 1$, $f(-1) = -1$ e $g(1) = 1$. Logo, $h(-1) = g(1) \neq f(-1)$, é falsa.

A alternativa correta é a letra "d".

Questão 47

Um móvel deverá ser construído para acondicionar 10 bolas de vôlei. Sabendo que o móvel deverá ser da forma de um prisma quadrangular regular de 24 cm de aresta de base e que uma bola de vôlei tem 2.304π cm^3, qual deveria ser a altura mínima deste móvel?

a. ( ) 12 cm
b. ( ) 24 cm
c. ( ) 240 cm
d. ( ) 120 cm
e. ( ) 320 cm

Resolução

Considerando o volume da bola, pode-se calcular a raio.

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$2.304\pi = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$1.728 = r^3$$

$$r = 12\,cm$$

Se o raio de uma bola é 12 cm, o diâmetro será 24 cm. Desta forma, para acondicionar 10 bolas de vôlei a altura mínima do móvel deverá ser:

$$h = 10 \cdot 24 = 240\,cm$$

Portanto, resposta correta letra "c".

Questão 48

Considerando 0,48 para $\log(3)$ e se $30^x = 10^y$, então o valor de $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$ é:

a. ( ) 0,48
b. ( ) 0,68
c. ( ) 0,82
d. ( ) 2,48
e. ( ) 1,48

Resolução

Considerando que $30^x = 10^y$, aplicando logaritmo em ambos os lados da igualdade.

$$30^x = 10^y$$
$$\log 30^x = \log 10^y$$

Agora utilizando a propriedade dos logaritmos $c \cdot \log(m) = \log(m^c)$

$$x \log 30 = y \log 10$$

Donde pode-se calcular a razão entre "x" e "y".

$$\frac{x}{y} = \frac{\log 10}{\log 30}$$

Ou reescrevendo de outra forma.

$$\frac{x}{y} = \frac{\log 10}{\log(3 \cdot 10)}$$

Agora usando outra propriedade dos logaritmos $\log(m \cdot n) = \log(m) + \log(n)$ e o valor informado para $\log(3)$. Obtém-se a razão entre "y" e "x"

$$\frac{x}{y} = \frac{\log 10}{\log 3 + \log 10}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{1}{0{,}48 + 1}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{1}{1{,}48}$$

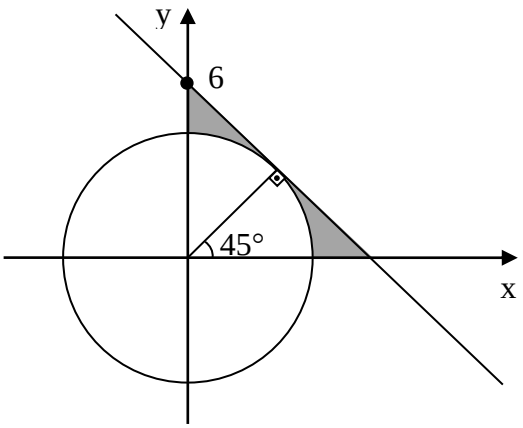
O que é equivalente a:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = 1{,}48$$

Portanto, a única alternativa correta é a letra "e".

Questão 49

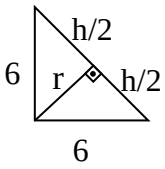
Considerando $\pi = 3{,}14$, determine a área sombreada da figura, em unidades de área (u.a.).



a. ( ) 3,87
b. ( ) 21,87
c. ( ) 32,13
d. ( ) 38,52
e. ( ) 42,87

Resolução

Considere a representação do triângulo isósceles, sendo "r" o raio do círculo e "h" a distância entre os pontos (0, 6) e (6, 0).



A área do triângulo isósceles (A_T), pode ser encontrada calculando

$$A_T = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ u.a.}$$

Mas para calcular a área do círculo, necessita-se conhecer o raio (r) que pode ser encontrado pelo triângulo isósceles aplicando Pitágoras duas vezes. Inicialmente, calculando "h",

$$h^2 = 6^2 + 6^2$$
$$h^2 = 72$$
$$h = \sqrt{72}$$
$$h = 6\sqrt{2}$$

E, então, calculando o raio “r”,

$$6^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$$
$$6^2 = r^2 + \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2$$
$$36 - 18 = r^2$$
$$18 = r^2$$
$$r = \sqrt{18}$$

Agora, o cálculo da área do círculo, é passível de ser calculada,

$$A_C = \pi r^2$$
$$A_C = \pi\sqrt{18}^2$$
$$A_C = 18\pi$$

Para calcular a área da região sombreada precisamos de um quarto da área do círculo. Então,

$$\frac{1}{4}A_C = \frac{18}{4}\pi$$
$$\frac{1}{4}A_C = \frac{9}{2}\pi$$
$$\frac{1}{4}A_C = 4{,}5\pi$$
$$\frac{1}{4}A_C = 4{,}5 \cdot 3{,}14$$
$$\frac{1}{4}A_C = 14{,}13$$

Finalmente, a área da região sombreada pode ser calculada subtraindo a área do triângulo isósceles por um quarto da área do círculo.

$$A_T - \frac{1}{4}A_C = 18 - 14{,}13 = 3{,}87 \text{ u.a.}$$

Assim, a alternativa correta letra “a”.

Questão 50

O termo independente no desenvolvimento do binômio $\left(x+\frac{2}{x}\right)^6$ é igual a:

a. ( ) 120
b. ( ) 160
c. ( ) 220
d. ( ) 240
e. ( ) 260

Resolução

Se $(a+b)^n$, o termo geral do binômio de Newton é

$$T_{p+1}=\binom{n}{p}\cdot a^{n-p}\cdot b^{p}$$

Sendo:

T_{p+1}	: representa o termo de ordem "$p+1$", por exemplo, se necessita do 5º termo, usa-se $p=4$.
n	: é o expoente da potência do binômio
p	: é o índice que varia de 0 até "n"
a e b	: são os termos do binômio $a+b$

O coeficiente binomial $\binom{n}{p}$ é a combinação de "n" elementos tomados "p" a "p"

$$\binom{n}{p}=\frac{n!}{p!(n-p)!}.$$

Esse coeficiente, também chamado de número binomial determina os coeficientes numéricos de cada termo na expansão.

Então, para $\left(x+\frac{2}{x}\right)^6$ tem-se:

$$T_{p+1}=\binom{6}{p}\cdot x^{6-p}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{p}=\binom{6}{p}\cdot x^{6}\cdot x^{-p}\cdot\frac{2^{p}}{x^{p}}=\binom{6}{p}\cdot x^{6}\cdot x^{-p}\cdot 2^{p}x^{-p}=\binom{6}{p}\cdot 2^{p}\cdot x^{6-2p}$$

Mas a condição (termo independente) é

$$6-2p=0$$
$$p=3$$

Assim,

$$T_{3+1}=\binom{6}{3}\cdot 2^3\cdot x^{6-2\cdot 3}$$
$$T_4=\binom{6}{3}\cdot 2^3\cdot x^0$$

O coeficiente $\binom{6}{3}$ pode ser encontrado por

$$\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!(6-3)!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 3!}=20$$

Finalmente,

$$T_4=\binom{6}{3}\cdot 2^3\cdot x^0$$
$$T_4=20\cdot 8$$
$$T_4=160$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "b".

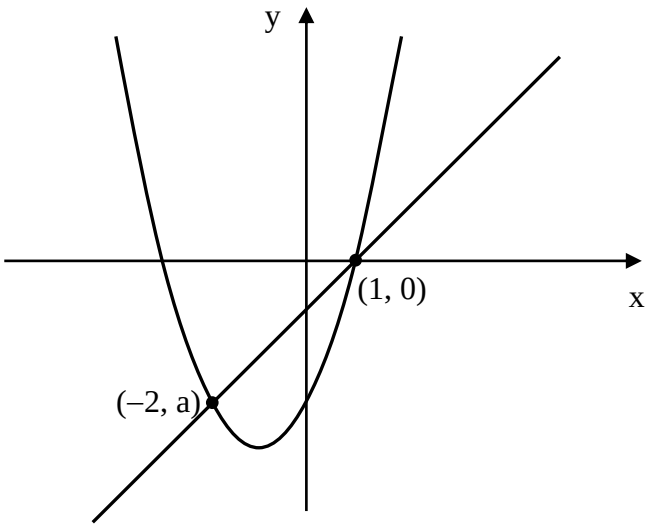
Capítulo 3

VESTIBULAR 2023



Questão 41

A figura abaixo apresenta os gráficos da reta r e da função $f(x) = x^2 + 2x - 3$.



A partir das informações apresentadas, pode-se **afirmar** que a equação da reta é:

a. ( ) $x - y - 5 = 0$
b. ( ) $x - y - 9 = 0$
c. ( ) $x + y + 5 = 0$
d. ( ) $x - y - 1 = 0$
e. ( ) $x + y + 1 = 0$

Resolução

Sendo $x = -2$ na expressão da função quadrática,

$$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3$$
$$f(-2) = -3$$

Então, o segundo ponto que pertencente à reta é $(-2, -3)$. Desta forma, considerando a função linear da forma angular intercepto $y = ax + b$ e os dois pontos, $(1, 0)$ e $(-2, -3)$, pode-se escrever o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} -2a + b = -3 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

Cuja resolução fornece, respectivamente, os coeficientes angular e linear da reta.

$$a = 1 \quad \text{e} \quad b = -1$$

Portanto, a equação da reta é

$$y = x - 1$$

A qual pode ser reescrita na sua forma canônica

$$x - y - 1 = 0$$

Uma outra maneira de encontrar a função linear seria usar determinante baseado nos pontos $(1, 0)$ e $(-2, a)$.

$$\det \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & a & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} a - 2y - ax - y &= 0 \\ -3y - ax + a &= 0 \\ ax + 3y - a &= 0 \end{aligned}$$

Como $(-2, a)$ pertencem a parábola:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x - 3 \\ a &= (-2)^2 + 2(-2) - 3 \\ a &= 4 - 4 - 3 \\ a &= -3 \end{aligned}$$

Substituindo na equação anterior:

$$\begin{aligned} ax + 3y - a &= 0 \\ -3x + 3y + 3 &= 0 \\ x - y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Assim, a alternativa correta é a letra "d".

Questão 42

Em relação às afirmativas:

I. Se $a > 0$ e $n < 0$, então $a^n < 0$.

II. A imagem da função trigonométrica $g(x) = 1 - 3\cos(x)$ é $[-2, 4]$.

III. Sendo $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, com $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, pode-se afirmar que $tg(x) = -\frac{3}{4}$.

IV. Ao construir os gráficos da função $f(x) = x^2 + 4x + 10$ e da bissetriz dos quadrantes ímpares, verifica-se que os gráficos não se interceptam.

Pode-se afirmar que a alternativa **correta** é:

a. ( ) apenas a II.
b. ( ) II e IV.
c. ( ) I, II e IV.
d. ( ) I e II.
e. ( ) I, II, III e IV.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: Se $a > 0$ e $n < 0$, então $a^n < 0$.

Se $a > 0$ e $n < 0$ então

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

Mas como $a > 0$ e $-n > 0$ temos que $a^{-n} > 0$. Logo

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} > 0$$

Ou seja, $a^n > 0$ continua sendo positivo, mesmo com expoente negativo. Veja um exemplo:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} > 0$$

Portanto, a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO II: A imagem da função trigonométrica $g(x)=1-3\cos(x)$ é $[-2,4]$.

Sabe-se que

$$\cos(x)\in[-1,\ 1]$$

Que multiplicando por -3

$$-3\cos(x)\in[-3,\ 3]$$

Agora somando 1:

$$g(x)=1-3\cos(x)\in[-3+1,\ 3+1]=[-2,\ 4]$$

Portanto, a imagem da função é mesmo o intervalo $[-2,\ 4]$, a afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO III: Sendo $\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, com $\frac{\pi}{2}<x<\pi$, pode-se afirmar que $tg(x)=-\frac{3}{4}$.

Se

$$\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{e} \quad \frac{\pi}{2}<x<\pi$$

então, "x" está no segundo quadrante, onde $\cos(x)<0$ e $\text{sen}(x)>0$.

Usando

$$\text{sen}^2(x)+\cos^2(x)=1$$

$$\text{sen}^2(x)+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$$

$$\text{sen}^2(x)+\frac{3}{4}=1$$

$$\text{sen}^2(x)=1-\frac{3}{4}$$

$$\text{sen}^2(x)=\frac{4-3}{4}$$

$$\text{sen}^2(x)=\frac{1}{4}$$

Como está no segundo quadrante $\text{sen}(x)=\frac{1}{2}$. Calculando $\text{tg}(x)$

$$\text{tg}(x)=\frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}=\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Conclusão:

$$\text{tg}(x)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\neq-\frac{3}{4}$$

Portanto, a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO IV: Ao construir os gráficos da função $f(x)=x^2+4x+10$ e da bissetriz dos quadrantes ímpares, verifica-se que os gráficos não se interceptam.

A bissetriz dos quadrantes ímpares é $y=x$, para verificar se há interseção com $f(x)=x^2+4x+10$ iguala-se

$$x^2+4x+10=x$$
$$x^2+3x+10=0$$

Analisando o discriminante é

$$\Delta=3^2-4\cdot1\cdot10=-31$$

Como $\Delta<0$, não há raízes reais, ou seja, os gráficos não se interceptam. Portanto, a afirmação é verdadeira.

Assim, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 43

Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ sendo:

$$a = \log_{\sqrt[3]{2}}(32) \qquad b = 10^{4\log(2)}$$

$$c = 2^{\log_3 \sqrt{81}} \qquad d = \log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right)$$

A matriz B, quadrada de ordem 2, tal que o produto AB seja igual à matriz identidade de ordem 2, é:

a. ( ) $B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{19} & \frac{4}{19} \\ \frac{16}{19} & -\frac{15}{19} \end{bmatrix}$

b. ( ) $B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 16 & -15 \end{bmatrix}$

c. ( ) $B = \begin{bmatrix} \frac{3}{19} & -\frac{4}{19} \\ -\frac{16}{19} & \frac{15}{19} \end{bmatrix}$

d. ( ) $B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{109} & \frac{4}{109} \\ \frac{16}{109} & -\frac{15}{109} \end{bmatrix}$

e. ( ) $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -16 & 15 \end{bmatrix}$

Resolução

Inicialmente calculando os valores de a, b, c e d.

$\log_{\sqrt[3]{2}}(32) = a$

$\left(\sqrt[3]{2}\right)^a = 32$

$2^{a/3} = 2^5$

$\frac{a}{3} = 5$

$a = 15$

$10^{4\log(2)} = b$

$10^{\log(2^4)} = b$

$2^4 = b$

$b = 16$

$2^{\log_3 \sqrt{81}} = c$

$2^{\log_3 9} = c$

$2^{\log_3 3^2} = c$

$2^{2\log_3 3} = c$

$2^2 = c$

$c = 4$

$\log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right) = d$

$\left(\frac{1}{2}\right)^d = \frac{1}{8}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^d = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$d = 3$

Portanto, $A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 15 & 4 \\ 16 & 3 \end{bmatrix}$. Mas sabe-se que $AB=I$, sendo I a matriz identidade. Então, para encontrar a matriz B precisa-se da inversa de A, pois:

$$A \cdot B = I$$
$$A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot I$$
$$I \cdot B = A^{-1}$$
$$B = A^{-1}$$

Ou seja, a matriz B é própria inversa de A.

A matriz inversa de $A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 15 & 4 \\ 16 & 3 \end{bmatrix}$, pode ser calculada aplicando $A^{-1}=\frac{1}{ad-cb}\begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$.

$$A^{-1}=\frac{1}{15\cdot 3-16\cdot 4}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -16 & 15 \end{pmatrix}=\frac{1}{-19}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -16 & 15 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{3}{-19} & \frac{-4}{-19} \\ \frac{-16}{-19} & \frac{15}{-19} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{3}{19} & \frac{4}{19} \\ \frac{16}{19} & -\frac{15}{19} \end{pmatrix}$$

Portanto,

$$B=\begin{pmatrix} -\frac{3}{19} & \frac{4}{19} \\ \frac{16}{19} & -\frac{15}{19} \end{pmatrix}$$

A alternativa correta é "a".

Note que, o termo $ad-cb$ presente no cálculo A^{-1} provêm do cálculo de um determinante

$$\det\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}=ad-cb.$$

Questão 44

A equação $x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$ admite uma raiz real e duas raízes complexas. O produto das duas raízes complexas, é:

a. ( ) 0
b. ( ) 1
c. ( ) 2
d. ( ) 5
e. ( ) -1

Resolução

O teorema das Raízes Inteiras afirma que se α é uma raiz inteira da equação de coeficientes inteiros

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0, \quad a_n \neq 0$$

então α é um divisor de a_0. Assim, podemos descobrir se a equação tem ou não tem raízes inteiras testando, um a um, os divisores de a_0. Nesse caso, para o polinômio $x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$ os divisores do termo independente são:

$$D = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

Pelo dispositivo de Briot-Ruffini, verifica-se que -3 é raiz do polinômio.

-3	1	1	-4	6
	1	-2	2	0

E ainda, pelo cálculo acima, verifica-se que o quociente é $x^2 - 2x + 2$. Agora para a equação quadrática, pode-se encontrar as raízes complexas utilizando a fórmula de Bháskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}}{2}$$
$$x = \frac{2 \pm 2 \cdot i}{2}$$
$$x = 1 \pm i$$

Portanto, os números complexos são $1+i$ e $1-i$ são raízes da equação. Finalmente, multiplicando esses números complexos, obtém-se:

$$(1+i)(1-i) = 1^2 - i^2 = 1 - (-1) = 2$$

A alternativa correta é a letra "c".

Outra maneira de resolver é dada a equação $x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$ e as raízes r_1 (real), r_2 e r_3 (complexas), pelas relações de Girardi (também conhecida como fórmulas de Viète):

$$r_1 + r_2 + r_3 = -\frac{b}{a} = -1$$
$$r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = -\frac{d}{a} = -6$$

Pede-se o produto de r_2 por r_3, então da segunda equação é possível escrever a seguinte relação

$$r_2 \cdot r_3 = -\frac{6}{r_1}$$

Pelo teorema do resto nota-se que $x = -3$ é uma raiz, pois, substituindo este valor na equação obtém-se o valor numérico zero.

$$(-3)^3 + (-3)^2 - 4(-3) + 6 = -27 + 9 + 12 + 6 = 0$$

Assim,

$$r_2 \cdot r_3 = -\frac{6}{r_1}$$

$$r_2 \cdot r_3 = \frac{-6}{-3} = 2$$

Portanto, o produto das raízes complexas r_2 e r_3 é 2, o que também confirma que a alternativa correta é a letra “c”.

Questão 45

No lançamento de dois dados, não viciados, de seis faces numeradas de 1 a 6, qual a probabilidade de que sejam sorteados dois números, sendo um o dobro do outro, e que a soma seja ímpar?

a. ( ) $\frac{1}{36}$
b. ( ) $\frac{1}{18}$
c. ( ) $\frac{1}{12}$
d. ( ) $\frac{2}{3}$
e. ( ) $\frac{1}{9}$

Resolução

Ao lançar dois dados, há $6\times 6=36$ resultados possíveis. Mas como é solicitado que um número seja o dobro do outro e a soma seja ímpar, então os pares possíveis são:

$$(1;2)\rightarrow 1+2=3$$
$$(2;1)\rightarrow 2+1=3$$
$$(3;6)\rightarrow 3+6=9$$
$$(6;3)\rightarrow 6+3=9$$

A probabilidade P será:

$$P=\frac{4}{6\cdot 6}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra “e”.

Questão 46

Sabendo que numa bobina têm 500 voltas completas de um papel de 0,1 cm de espessura e, que o papel está enrolado num cilindro de raio 10 cm, calcule o comprimento total do papel. Considere $\pi = 3,14$.

a. ( ) 1.100,57 m
b. ( ) 1.230,25 m
c. ( ) 1.200,57 m
d. ( ) 55.107,00 m
e. ( ) 55.028,50 m

Resolução

Note que para cada volta há um raio um pouco maior que a anterior:

$$r_k = 10 + k \cdot 0,1$$

Já o comprimento de cada volta é

$$C_k = 2\pi r_k$$

A tabela abaixo representa o comprimento para cada volta

Volta	Comprimento
1	$2\pi(10+1\cdot 0,1)$
2	$2\pi(10+2\cdot 0,1)$
3	$2\pi(10+3\cdot 0,1)$
...	...
n	$2\pi(10+500\cdot 0,1)$

Perceba que é uma progressão aritmética (PA), então pode-se calcular a soma dos 500 termos:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)n$$

$$S_{500} = \left(\frac{2\pi(10+1\cdot 0,1) + 2\pi(10+500\cdot 0,1)}{2}\right)\cdot 500$$

$$S_{500} = (10+1\cdot 0,1+10+500\cdot 0,1)\cdot 500\pi$$

$$S_{500} = (10+0,1+10+50)\cdot 500\pi$$

$$S_{500} = 70,1\cdot 500\cdot 3,14$$

$$S_{500} = 110.057\,\text{cm}$$

$$S_{500} = 1.100,57\,\text{m}$$

Portanto, a resposta correta é a letra "a".

Questão 47

Um grupo de universitários organizou uma viagem de estudos, sendo que cada um deveria pagar R$ 208,00 para quitar as despesas com o transporte. Entretanto, 4 estudantes deixaram o curso antes da arrecadação e as despesas com o transporte permaneceram as mesmas. Então, cada um dos restantes teria que pagar R$32,00 a mais. No entanto, o coordenador do curso, decidiu colaborar com R$520,00 para ajudar. Quanto pagou cada universitário?

a. ( ) R$ 188,00
b. ( ) R$ 220,00
c. ( ) R$ 225,33
d. ( ) R$ 228,00
e. ( ) R$ 240,00

Resolução

Sejam "n" os estudantes que inicialmente iriam à viagem, cada um pagaria 208 reais, então o custo total seria

$$C = 208n$$

Entretanto, após a desistência de 4 estudantes será $n-4$ e cada estudante passa a pagar $208 + 32 = 240$ reais. Mas como o custo não mudou tem-se a seguinte igualdade:

$$240(n-4) = 208n$$
$$240n - 960 = 208n$$
$$32n = 960$$
$$n = 30 \text{ estudantes}$$

Com a ajuda do coordenador de 520 reais e considerando 26 estudantes que foram na viagem, pode-se calcular quantos cada um deixou de pagar.

$$\frac{520}{n-4} = \frac{520}{30-4} = \frac{520}{26} = 20 \text{ reais}$$

Cada estudante deixou de pagar 20 reais a menos. Portanto, cada estudante pagou

$$\underset{208 \text{ reais}}{(\text{Custo inicial})} + \underset{32 \text{ reais}}{(\text{Acréscimo pelas desistências})} - \underset{20 \text{ reais}}{(\text{Ajuda do Coordenador})} = \underset{220 \text{ reais}}{(\text{Custo para cada estudante})}$$

Portanto, a única resposta correta é a letra "b".

Questão 48

Um fabricante de vasos cerâmicos produz três tipos de vasos. Um deles tem a forma de um cone reto de altura x e raio da base r; o outro, no formato de uma semi-esfera de raio r; e o terceiro, no formato de um cilindro reto, de base circular, de raio r/2 e altura h. Sabendo que os três vasos têm a mesma capacidade, pode-se afirmar que a razão x/h é igual a:

a. ( ) $\frac{1}{2}$
b. ( ) $\frac{3}{2}$
c. ( ) $\frac{2}{3}$
d. ( ) $\frac{3}{4}$
e. ( ) $\frac{4}{3}$

Resolução

Igualando os volumes dos três sólidos, já que eles têm a mesma capacidade.

$$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2 x$$

$$V_{semi-esfera} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V_{cilindro} = \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \frac{1}{4}\pi r^2 h$$

Incialmente, igualando os volumes do cone e da semi-esfera

$$\frac{1}{3}\pi r^2 x = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$x = 2r$$

Agora, igualando o volume do cilindro com o da semi-esfera

$$\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{4}\pi r^2 h$$
$$\frac{2}{3}r = \frac{1}{4}h$$
$$h = \frac{8}{3}r$$

Finalmente, a razão $\frac{x}{h}$:

$$\frac{x}{h} = \frac{2r}{\frac{8}{3}r} = \frac{2\cdot 3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "d".

Capítulo 4

VESTIBULAR 2024



Questão 41

Considerando a função $g: R-\{-2\} \to R$ definida por $g(x)=\frac{5-2x}{x+2}$ e a função $f: R-\{-2\} \to R$ definida por $f(x)=g(g(x))+\frac{x}{2}$, então $f(x)$ é igual a:

a. ( ) $\frac{x}{3}$

b. ( ) $\frac{x}{2}$

c. ( ) $\frac{3x}{2}$

d. ( ) $\frac{2x}{3}$

e. ( ) $\frac{3x}{4}$

Resolução

Considerando $g(x)=\frac{5-2x}{x+2}$ e calculando a função composta $g(g(x))$

$$g(g(x))=\frac{5-2\left(\frac{5-2x}{x+2}\right)}{\frac{5-2x}{x+2}+2}$$

$$g(g(x))=\frac{\frac{5(x+2)-2(5-2x)}{x+2}}{\frac{5-2x+2(x+2)}{x+2}}$$

$$g(g(x))=\frac{5(x+2)-2(5-2x)}{5-2x+2(x+2)}$$

$$g(g(x))=\frac{5x+10-10+4x}{5-2x+2x+4}$$

$$g(g(x))=\frac{5x+4x}{5+4}$$

$$g(g(x))=x$$

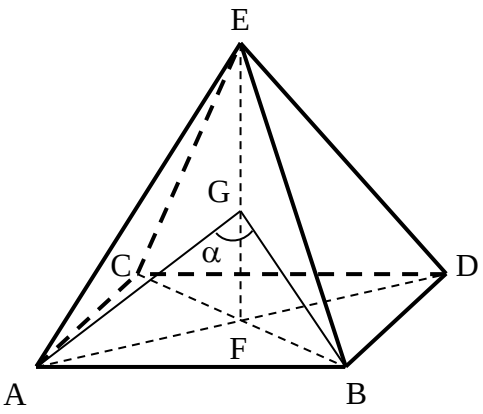
Então, se $f(x)=g(g(x))+\frac{x}{2}$ pode ser encontrado

$$f=g(g(x))+\frac{x}{2}=x+\frac{x}{2}=\frac{3x}{2}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "c".

Questão 42

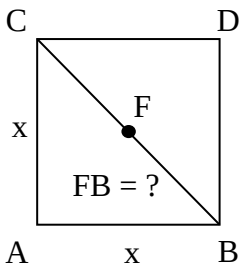
Uma pirâmide reta, base quadrada ABCD e com altura EF está representada na figura abaixo. Sabendo-se que o ponto G está localizado na metade da altura da pirâmide e que o lado da base AB e a altura medem x, pode-se afirmar que $\cos(\alpha)$, sendo α a medida do ângulo $A\hat{G}B$, é:



a. ( ) $\frac{1}{3}$
b. ( ) $\frac{1}{2}$
c. ( ) $\frac{2}{3}$
d. ( ) $\frac{3}{2}$
e. ( ) Nenhuma das anteriores.

Resolução

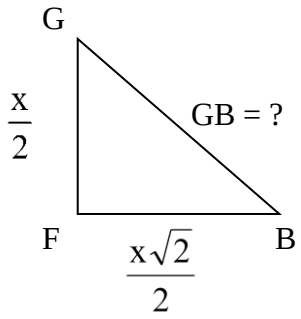
Incialmente, considerando a base da pirâmide conforme ilustra a figura.



Da qual pelo teorema de Pitágoras, pode-se calcular o segmento de reta FB.

$$(2 \cdot FB)^2 = AB^2 + AC^2$$
$$4 \cdot FB^2 = x^2 + x^2$$
$$4 \cdot FB^2 = 2x^2$$
$$FB^2 = \frac{x^2}{2}$$
$$FB = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

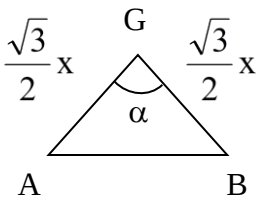
Agora considerando o triângulo FGB.



E, também aplicando o teorema de Pitágoras, pode-se obter o segmento de reta GB.

$$GB^2 = FB^2 + GF^2$$
$$GB^2 = \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$
$$GB^2 = \frac{2}{4}x^2 + \frac{1}{4}x^2$$
$$GB^2 = \frac{3}{4}x^2$$
$$GB = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Finalmente, aplicando a lei dos cossenos no triângulo AGB, representado abaixo, calcula-se o $\cos(\alpha)$.



$$AB^2 = GB^2 + GA^2 - 2 \cdot GB \cdot GA \cdot \cos(\alpha)$$

$$x^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\cos(\alpha)$$

$$x^2 = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x^2\cos(\alpha)$$

$$x^2 = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^2\cos(\alpha)$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x^2\cos(\alpha)$$

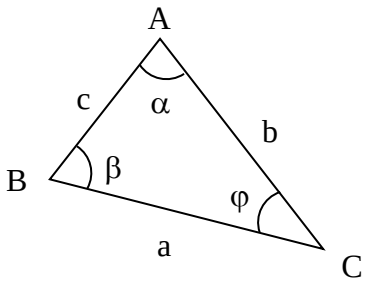
$$-\frac{1}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x^2\cos(\alpha)$$

$$1 = 3\cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{3}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "a".

Nota: lei dos cossenos



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\varphi)$$

Questão 43

O ganhador de uma loteria, que estava acumulada havia alguns concursos, foi contemplado com um prêmio de 10 milhões de reais. Supondo-se que o ganhador queira aplicar uma parte num fundo de investimentos, que rende 12% ao ano, e o restante na poupança, que rende 8% ao ano, quanto deverá aplicar no fundo de investimentos e na poupança, respectivamente, para que o prêmio tenha uma rentabilidade de 9,6% após um ano?

a. ( ) 3 milhões de reais e 7 milhões de reais.
b. ( ) 4 milhões de reais e 6 milhões de reais.
c. ( ) 5 milhões de reais e 5 milhões de reais.
d. ( ) 6 milhões de reais e 4 milhões de reais.
e. ( ) 7 milhões de reais e 3 milhões de reais.

Resolução

Considerando “x” valor aplicado no fundo (12%) e “y” o valor aplicado no fundo (8%), sabe-se que

$$x + y = 10\,(\text{milhões})$$

E que a rentabilidade desejada é de 9,6% de 10 milhões, ou seja, 0,96 milhões. Portanto, pode-se estabelecer o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 0{,}12x + 0{,}08y = 0{,}96 \end{cases}$$

Cuja solução é dada por $x = 4$ e $y = 6$. O que representa R$ 4 milhões no fundo de investimentos e R$ 6 milhões na poupança.

Outra forma de resolução que poderia ser considerada é pela seguinte expressão, também, sendo “x” valor aplicado no fundo (12%):

$$\begin{aligned} 0{,}12x + (10.000.000 - x)\cdot 0{,}08 &= 10.000.000 \cdot 0{,}096 \\ 0{,}12x + (10.000.000 - x)\cdot 0{,}08 &= 960.000 \\ 0{,}12x + 800.000 - 0{,}08x &= 960.000 \\ 0{,}12x - 0{,}08x &= 960.000 - 800.000 \\ 0{,}04x &= 160.000 \\ x &= 4.000.000 \end{aligned}$$

Assim, o ganhador deve aplicar 4 milhões no fundo e 6 milhões na poupança.

Portanto, a alternativa correta é a letra “b”.

Questão 44

Considere uma matriz $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ cuja matriz inversa é dada por $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$, sendo $\det(A)$ o determinante da matriz A. Então, dadas as matrizes $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ e $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, a matriz X, que satisfaz a equação matricial $M \cdot X = P^{-1} \cdot N$, tem como soma dos seus elementos o valor:

a. ( ) – 2
b. ( ) – 1
c. ( ) 0
d. ( ) 1
e. ( ) 2

Resolução

A resolução da equação matricial $M \cdot X = P^{-1} \cdot N$, pode ser encontrada da forma:

$$M \cdot X = P^{-1} \cdot N$$
$$M^{-1} \cdot M \cdot X = M^{-1} \cdot P^{-1} \cdot N$$
$$I \cdot X = M^{-1} \cdot P^{-1} \cdot N$$
$$X = M^{-1} \cdot P^{-1} \cdot N$$

A matriz inversa de P pode ser obtida fazendo.

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \begin{pmatrix} m_{22} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Note que, a matriz inversa de P é a própria matriz P, pois é uma matriz identidade. Agora, calculando a matriz X, obtém-se:

$$X = M^{-1} \cdot P^{-1} \cdot N$$
$$X = \begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$
$$X = \begin{pmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$
$$X = \begin{pmatrix} -8+9/2 & -4+3/2 \\ 4-3/2 & 2-1/2 \end{pmatrix}$$
$$X = \begin{pmatrix} -7/2 & -5/2 \\ 5/2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

Portanto, a soma de todos os elementos da matriz X será:

$$-\frac{7}{2} - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

Finalmente, a alternativa correta é a letra “a”.

Questão 45

Sabendo-se que as raízes do polinômio $P(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$ são as dimensões internas, em metros, de um reservatório com forma de um paralelepípedo, e que a maior raiz representa a altura deste paralelepípedo, analise as afirmações apresentadas a seguir:

I. A capacidade desse reservatório é de 30 litros.
II. Se o nível de água do reservatório está na marca dos 4/5 da altura, pode-se afirmar que a quantidade de água existente no reservatório é de 24.000 litros.
III. Com uma lata de tinta, é possível pintar 55 m^2. Se todas as faces internas do reservatório forem pintadas, pode-se afirmar que não será suficiente uma única lata de tinta para realizar o serviço.

Está **correta** a alternativa:

a. ( ) I, somente.
b. ( ) II, somente.
c. ( ) III, somente.
d. ( ) I e II, somente.
e. ( ) II e III, somente.

Resolução

Teorema das raízes inteiras: se α é uma raiz inteira da equação de coeficientes inteiros

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0, \quad a_n \neq 0$$

então α é um divisor de a_0.

Pelo teorema as raízes inteiras são os divisores de 30 (termo independe). Então dispositivo de Briot-Ruffini verifica-se que o valor "2" é uma raiz do polinômio P(x).

2	1	−10	31	−30
	1	−8	15	0

Como o resto da divisão é zero (último valor encontrado pelo dispositivo), comprova que "2" realmente é uma das raízes. Os demais valores encontrados ao aplicar o dispositivo são: 1, −8 e 15, compõem um polinômio de grau dois, ou seja, o quociente da divisão.

$$x^2 - 8x + 15x = 0$$

Que na sua forma fatorada é equivalente a:

$$(x-5)(x-3)=0$$

Os valores que tornam essa última equação verdadeira são: 3 e 5.

Então, as raízes do polinômio são: 2, 3 e 5. Analisando as afirmações:

AFIRMAÇÃO I: A capacidade desse reservatório é de 30 litros.

Calculando o volume do reservatório (prisma).

$$V = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30\,m^3$$

Lembre que cada 1 m^3 equivale a 1.000 litros. Assim, conclui-se que a afirmação é falsa, pois a capacidade é equivalente a 30.000 litros e não 30 litros como afirmado.

AFIRMAÇÃO II: Se o nível de água do reservatório está na marca dos 4/5 da altura, pode-se afirmar que a quantidade de água existente no reservatório é de 24.000 litros.

Sim, essa afirmação é verdadeira porque 4/5 do volume equivalem a 24 m^3, equivalente a 24.000 litros (1 m^3 = 1.000 litros).

$$V = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 24\,m^3$$

AFIRMAÇÃO III: Com uma lata de tinta, é possível pintar 55 m^2. Se todas as faces internas do reservatório forem pintadas, pode-se afirmar que não será suficiente uma única lata de tinta para realizar o serviço.

A área lateral pode ser encontrada fazendo a soma das áreas das faces internas.

$$A_{lateral} = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 5 = 62\,m^2$$

Realmente não será suficiente uma única lata de tinta para realizar o serviço, faltam 7 m^2.

Assim, a alternativa correta é a letra “e”.

Questão 46

Seja a equação da circunferência $\gamma : x^2 + y^2 - 10x + 2y + 16 = 0$ e as retas $r : x - y - 6 = 0$ e $s : x + y - 4 = 0$, analise as condições apresentadas:

I. O raio da circunferência é 2,5.
II. A intersecção entres as retas "r" e "s" coincidem com o centro da circunferência.
III. A distância entre o centro da circunferência e a reta "r" é maior que o raio.

Está **correta** a alternativa:

a. ( ) I, apenas.
b. ( ) II, apenas.
c. ( ) III, apenas.
d. ( ) I e II, apenas.
e. ( ) II e III, apenas.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: O raio da circunferência é 2,5.

Reescrevendo a equação geral da circunferência γ na sua forma reduzida.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 10x + 2y + 16 &= 0 \\ x^2 - 10x + y^2 + 2y + 16 &= 0 \\ x^2 - 2\cdot 5\cdot x + 25 + y^2 + 2\cdot 1\cdot y + 1 + 16 - 25 - 1 &= 0 \\ (x-5)^2 + (y+1)^2 &= 10 \end{aligned}$$

Lembre que a equação reduzida fornece o raio e o centro, sendo o raio $\sqrt{10} \cong 3{,}16$ e centro $(5,-1)$. Portanto, a afirmação é falsa.

Também é possível verificar a afirmação através das fórmulas que determinam o centro da circunferência e o raio:

$$\begin{aligned} A = -2a \quad & B = -2b \quad & r = \sqrt{a^2 + b^2 - c} \\ -10 = -2a \quad & 2 = -2b \quad & r = \sqrt{25 + 1 - 16} \\ a = 5 \quad & b = -1 \quad & r = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Novamente comprovando que a afirmação é falsa.

AFIRMAÇÃO II: A intersecção entre as retas "r" e "s" coincidem com o centro da circunferência.

Considerando o sistema formado pelas retas $r: x - y - 6 = 0$ e $s: x + y - 4 = 0$, a solução do sistema fornece a intersecção de ambas.

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

A solução é $(5,-1)$, ou seja, o mesmo ponto que representa o centro da circunferência. A afirmação é verdadeira.

AFIRMAÇÃO III: A distância entre o centro da circunferência e a reta "r" é maior que o raio.

Calculando a distância entre o centro da circunferência e a reta "r" pela fórmula:

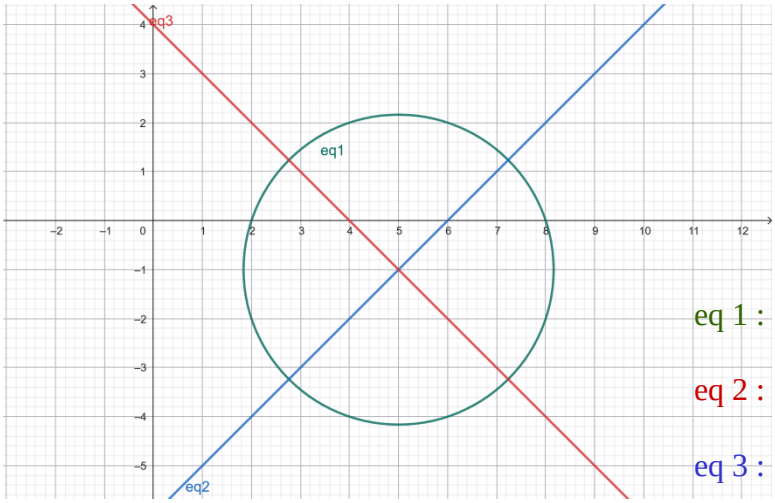
$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Sendo os coeficientes da reta "r" e o centro da circunferência, respectivamente, $a = 1, b = -1, c = -6$ e $x_0 = 5$ e $y_0 = -1$.

$$d = \frac{|1 \cdot 5 - 1 \cdot (-1) - 6|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} = \frac{|5 + 1 - 6|}{\sqrt{1+1}} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0$$

Portanto, a afirmação é falsa, pois a reta passa pelo centro da circunferência.

A figura abaixo ilustra as retas e a circunferência.



eq 1 : $\gamma: x^2 + y^2 - 10x + 2y + 16 = 0$

eq 2 : $r: x - y - 6 = 0$

eq 3 : $s: x + y - 4 = 0$

A alternativa correta é a letra "b".

Questão 47

Qual é o volume de um cubo, sabendo-se que sua aresta é igual ao valor da diagonal interna de outro cubo de aresta medindo 1,5 cm?

a. ( ) $\frac{27}{8}\text{cm}^3$

b. ( ) $\frac{27\sqrt{2}}{4}\text{cm}^3$

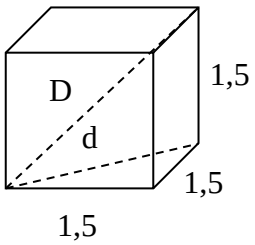
c. ( ) $\frac{27\sqrt{3}}{8}\text{cm}^3$

d. ( ) $\frac{81\sqrt{3}}{8}\text{cm}^3$

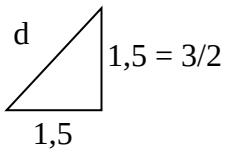
e. ( ) $\frac{51\sqrt{2}}{8}\text{cm}^3$

Resolução

Considere “D” a diagonal maior do cubo e “d” a diagonal de uma das laterais do cubo, conforme ilustrado na figura.



Note que, do triângulo isósceles formado com as laterais medindo 1,5 cm, pode-se calcular a medida da diagonal “d” pelo teorema de Pitágoras.



$$d^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

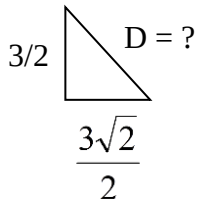
$$d^2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{4}$$

$$d^2 = \frac{9}{2}$$

$$d = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$d = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

E que do triângulo retângulo, cujas medidas das laterais são 3/2 e $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, pode-se calcular a diagonal maior “D”.



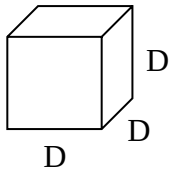
$$D^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$D^2 = \frac{9}{4} + \frac{9 \cdot 2}{4}$$

$$D^2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{2}$$

$$D = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Finalmente, calculando o volume do cubo cujas arestas são iguais a “D”.



$$V = D^3$$

$$V = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

$$V = \frac{81\sqrt{3}}{8}\,cm^3$$

Portanto, a alternativa correta é a letra “d”.

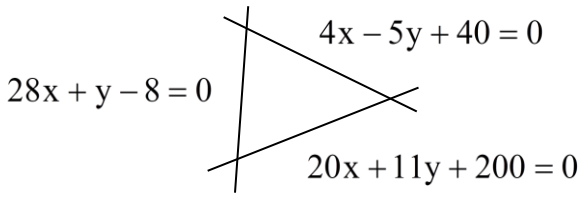
Questão 48

As equações $4x-5y+40=0$, $28x+y-8=0$ e $20x+11y+200=0$ representam o traçado de três ruas. As mesmas se interceptam duas a duas, em três pontos, formando um triângulo. Qual é a área do triângulo, sabendo-se que a unidade de medida são metros quadrados?

a. ( ) 72
b. ( ) 122
c. ( ) 124
d. ( ) 144
e. ( ) 288

Resolução

A figura ilustra as três ruas, conforme informado na questão.



Considerando o sistema formado pelas equações $4x-5y+40=0$ e $28x+y-8=0$

$$\begin{cases} 4x-5y=-40 \\ 28x+y=8 \end{cases}$$

A solução desse sistema fornece a intersecção das retas (0, 8).

Agora, considerando $4x-5y+40=0$ e $20x+11y+200=0$, o sistema formado

$$\begin{cases} 4x-5y=-40 \\ 20x+11y=-200 \end{cases}$$

Fornece a intersecção das retas consideradas, cujo ponto é $(-10,0)$.

Finalmente, considerando as retas $28x + y - 8 = 0$ e $20x + 11y + 200 = 0$ e o sistema formado.

$$\begin{cases} 28x + y = 8 \\ 20x + 11y = -200 \end{cases}$$

Pode-se encontrar o último ponto de intersecção $(1, -20)$.

Portanto, a área pode ser calculada considerando a metade do determinante formado pelos três pontos de intersecção, $A = \frac{1}{2}|D|$.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 8 & 1 \\ -10 & 0 & 1 \\ 1 & -20 & 1 \end{vmatrix} = 144\,m^2$$

A alternativa correta é a letra “d”.

Outra maneira que poderia ser considerada para encontrar a área, após encontrar os pontos de intersecção, seria calcular a distância entre os pontos A e C.

$$d_{AC} = \sqrt{(x_C - x_A) + (y_C - y_A)}$$
$$d_{AC} = \sqrt{(1-0)^2 + (-20-8)^2}$$
$$d_{AC} = \sqrt{1 + 784}$$
$$d_{AC} = \sqrt{785}$$

Calcular a distância entre a reta $28x + y - 8 = 0$ e o ponto B.

$$d = \left|\frac{28\cdot(-10) + 28\cdot(0) - 8}{\sqrt{28^2 + 1^2}}\right|$$
$$d = \left|\frac{-280 + 0 - 8}{\sqrt{785}}\right|$$
$$d = \frac{288}{\sqrt{785}}$$

Finalmente, calculando a área.

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{785} \cdot \frac{288}{\sqrt{785}}}{2}$$

$$A = 144\,\text{m}^2$$

Assim, a alternativa correta é a letra “d”.

Capítulo 5

VESTIBULAR 2025



Questão 41

Em um estudo de microbiologia foi observado que a população de determinada colônia de bactérias cresce de acordo com a função $P(t) = P_0 \cdot 10^{kt}$, onde $P(t)$ é a população de bactérias no tempo t (em dias), P_0 é a população inicial e k é uma constante positiva. Após 2 dias, a população da colônia quadruplica.

Pode-se afirmar que o valor da constante k é:

a. ( ) 2
b. ( ) $\log 2$
c. ( ) $\log 4$
d. ( ) $3\log 2$
e. ( ) $5\log 2$

Resolução

A função é $P(t) = P_0 \cdot 10^{kt}$ e foi informado que após dois dias a população quadruplica, $P(2) = 4P_0$, então:

$$P(t) = P_0 \cdot 10^{kt}$$
$$P(2) = P_0 \cdot 10^{k2}$$
$$4P_0 = P_0 \cdot 10^{k2}$$

Simplificando P_0 em ambos os lados da igualdade,

$$4 = 10^{2k}$$

Aplicando logaritmo base 10, também em ambos os lados da igualdade,

$$\log 4 = \log 10^{2k}$$

Agora, do lado direito da igualdade pode-se aplicar a propriedade $\log m^n = n \log m$, então:

$$\log 4 = 2k \log 10$$
$$\log 4 = 2k$$
$$\frac{\log 4}{2} = k$$
$$\frac{\log 2^2}{2} = k$$
$$\frac{2\log 2}{2} = k$$
$$\log 2 = k$$

Portanto, a resposta correta é a letra "b".

Questão 42

Há dois anos, um investidor comprou um terreno por R$ 80.000,00. Ele financiou parte do valor com duas instituições financeiras diferentes, que utilizam taxa de juros compostos ao ano, conforme apresentado na tabela abaixo:

Banco	Valor	Taxa de Juros
A	R$ 10.000,00	12%
B	R$ 10.000,00	10%

Durante esse período, o valor do terreno aumentou 10%. Pode-se afirmar que, se o terreno fosse vendido hoje, e pagos os empréstimos, o lucro líquido seria de:

a. ( ) R$ 3.356,00
b. ( ) R$ 4.644,00
c. ( ) R$ 8.000,00
d. ( ) R$ 35.356,00
e. ( ) R$ 63.356,00

Resolução

O terreno valorizou 10% em 2 anos:

$$80.000 \cdot 1{,}10 = 88.000$$

Usando a fórmula abaixo para calcular a dívida em cada um dos bancos

$$VF = VI(1+i)^t$$

Sendo “VF” o valor final da dívida, “VI” o valor inicial, “i” a taxa de juros e “t” o tempo. Então para o banco A:

$$VF = 10.000 \cdot (1+0{,}12)^2 = 10.000 \cdot 1{,}2544 = 12.544$$

E, para o banco B:

$$VF = 10.000 \cdot (1+0{,}1)^2 = 10.000 \cdot 1{,}21 = 12.100$$

Portanto, total da dívida:

$$12.544 + 12.100 = 24.644 \text{ reais}$$

Desta forma, o terreno custou

$$60.000 + 24.644 = 84.644 \text{ reais}$$

Considerado a valorização e descontando o custo, encontra-se o lucro líquido:

$$88.000 - 84.644 = 3.356 \text{ reais}$$

Alternativa correta letra “a”.

Questão 43

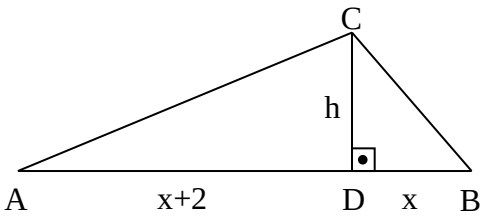
Num triângulo ABC escaleno, o ponto D está no segmento AB de modo que CD é perpendicular ao segmento AB. Sabe-se que BD é igual a **x** cm, DA é igual a $x+2$ cm e que a área do triângulo ABC é x^2+x cm^2.

Pode-se afirmar que a área formada pelo triângulo CDB é:

a. ( ) $0{,}1x^2$
b. ( ) $0{,}2x^2$
c. ( ) $0{,}5x^2$
d. ( ) $1{,}2x^2$
e. ( ) $1{,}5x^2$

Resolução

A figura abaixo ilustra o triângulo ABC escaleno com as informações apresentadas.



Considerando que o segmento CD mede "h" cm e que a área do triângulo é "x^2+x" cm^2, então:

$$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$x^2 + x = \frac{(2x+2) \cdot h}{2}$$

$$x(x+1) = (x+1) \cdot h$$

$$x = h$$

Sabendo que $x = h$ pode-se calcular a área do triângulo CDB:

$$A_{CDB} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_{CDB} = \frac{x \cdot x}{2}$$

$$A_{CDB} = \frac{x^2}{2}$$

$$A_{CDB} = 0{,}5x^2$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "c".

Questão 44

Analise as afirmações a seguir sobre os números complexos:

I. Se $z_1 = \left(\frac{m}{2} - 1\right) + \left(n - \frac{3}{2}\right)i$ e $z_2 = -\frac{5}{8} - \frac{1}{2}i$, então, $z_1 = \bar{z}_2$ se $m = \frac{3}{4}$ e $n = 2$.

II. Se $z = \frac{1}{1-i} - \frac{1}{i}$, então, a forma $a + bi$ do número complexo z é $z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

III. Se $(x^2 - 4) + (2y - 6)i$ sendo x e $y \in R$, é correto afirmar que z é um número imaginário puro se $x = 2$ ou $x = -2$ e $y \neq 3$.

A alternativa **correta** é:

a. ( ) Somente I.
b. ( ) Somente II.
c. ( ) Somente III.
d. ( ) Somente I e II.
e. ( ) I, II e III.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: Se $z_1 = \left(\frac{m}{2} - 1\right) + \left(n - \frac{3}{2}\right)i$ e $z_2 = -\frac{5}{8} - \frac{1}{2}i$, então, $z_1 = \bar{z}_2$ se $m = \frac{3}{4}$ e $n = 2$.

A afirmação é verdadeira, pois considerando os valores para "m" e "n", realmente $z_1 = \bar{z}_2$.

$$z_1 = \left(\frac{m}{2} - 1\right) + \left(n - \frac{3}{2}\right)i$$

$$z_1 = \left(\frac{3/4}{2} - 1\right) + \left(2 - \frac{3}{2}\right)i$$

$$z_1 = \left(\frac{3}{4}\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{4-3}{2}\right)i$$

$$z_1 = \left(\frac{3}{8} - 1\right) + \left(\frac{1}{2}\right)i$$

$$z_1 = -\frac{5}{8} + \frac{1}{2}i$$

Outra forma de verificar se esta afirmação é verdadeira é igualar parte real de um polinômio a parte real do outro e da mesma forma a parte imaginária de ambos, obtendo:

$$\left(\frac{m}{2}-1\right)=-\frac{5}{8}$$

$$\frac{m}{2}=-\frac{5}{8}+1 \qquad\qquad n-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{m}{2}=\frac{3}{8} \qquad\qquad n=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$$

$$8m=6 \qquad\qquad n=2$$

$$m=\frac{3}{4}$$

AFIRMAÇÃO II: Se $z=\frac{1}{1-i}-\frac{1}{i}$, então, a forma $a+bi$ do número complexo z é $z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$.

A afirmação é verdadeira, porque:

$$z=\frac{1}{1-i}-\frac{1}{i}$$

$$z=\frac{1}{1-i}\frac{1+i}{1+i}-\frac{1}{i}\frac{(-i)}{(-i)}$$

$$z=\frac{1+i}{1^2-i^2}+\frac{i}{-i^2}$$

$$z=\frac{1+i}{1-(-1)}+i$$

$$z=\frac{1+i}{2}+i$$

$$z=\frac{1}{2}+\frac{i}{2}+i$$

$$z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$

AFIRMAÇÃO III: Se $(x^2-4)+(2y-6)i$ sendo x e $y \in R$ **,** é correto afirmar que z é um número imaginário puro se $x=2$ ou $x=-2$ e $y \neq 3$.

Um número é imaginário puro quando a parte real é zero e a parte imaginária é diferente de zero. Nesse caso a parte real será zero quando "x" for igual a 2 e -2.

$$x^2-4=0$$
$$x^2=4$$
$$x=\pm\sqrt{4}$$
$$x=\pm 2$$

Já a parte imaginária deve ser diferente de zero

$$2y-6\neq 0$$
$$2y\neq 6$$
$$y\neq 3$$

Portanto, realmente, z é um número imaginário puro se $x=2$ ou $x=-2$ e $y\neq 3$. **Logo a alternativa correta é a letra "e".**

Questão 45

Se $\frac{x^{a^2}}{x^{b^2}} = x^{144}$ e $a - b = 6$, então o valor de $a + b$ é:

a. ( ) 12
b. ( ) 24
c. ( ) 18
d. ( ) 72
e. ( ) 36

Resolução

Considerando que a expressão dada pode ser reescrita da forma:

$$x^{a^2} = x^{144} x^{b^2}$$
$$x^{a^2} = x^{b^2 + 144}$$

Observa que as bases são iguais em ambos os lados da igualdade, então pode afirmar que

$$a^2 = b^2 + 144$$

Donde se pode obter

$$a^2 - b^2 = 144$$
$$(a - b)(a + b) = 144$$

Mas $a - b = 6$, logo

$$6(a + b) = 144$$
$$(a + b) = \frac{144}{6}$$
$$(a + b) = 24$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 46

Considerando as funções trigonométricas $f(x)=\frac{1}{2}\cos(x)$ e $g(x)=-3+\operatorname{sen}(x-\pi)$, analise as afirmações apresentadas a seguir:

I. O período de g(x) é π.
II. A imagem de g(x) é $[-4,-2]$.
III. O domínio de f(x) é diferente do domínio de g(x).

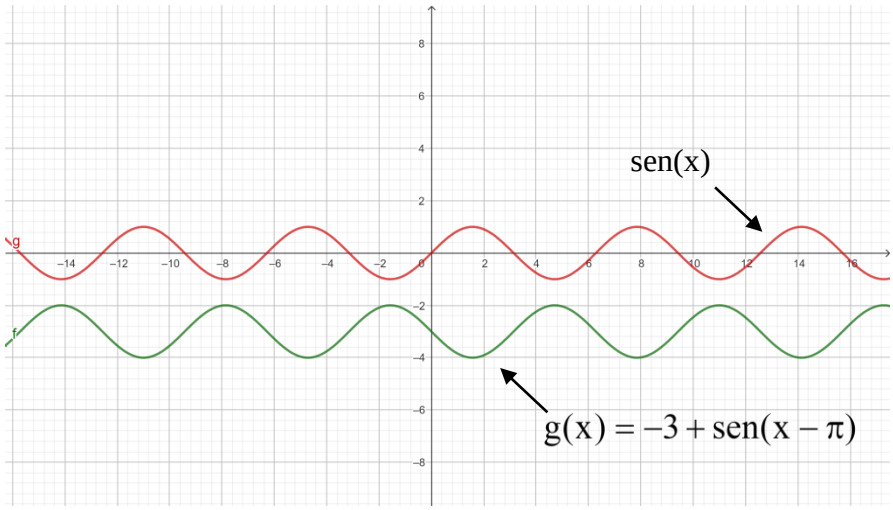
Está **correta** a alternativa:

a. ( ) Somente I.
b. ( ) Somente II.
c. ( ) Somente III.
d. ( ) Somente I e II.
e. ( ) Somente I e III.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: O período de g(x) é π.

A afirmação é falsa, pois a função g(x) é uma transformação da função $\operatorname{sen}(x)$, que tem período 2π. A translação horizontal $(x-\pi)$ não altera o período da função e o coeficiente −3 também não afeta o período.



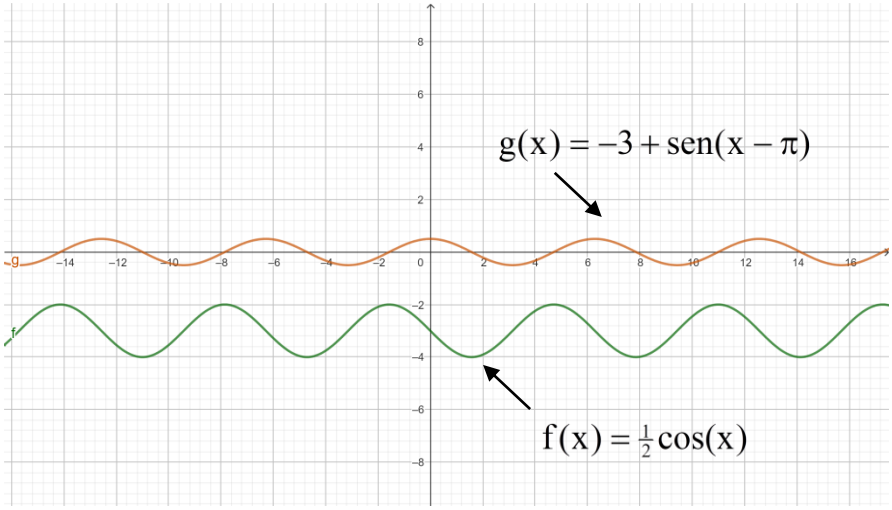
Outra maneira de resolver é pela fórmula do período: $P=\frac{2\pi}{m}$, como $m=1$ então $P=2\pi$.

AFIRMAÇÃO II: A imagem de g(x) é $[-4,-2]$.

Essa afirmação é verdadeira, porque a função g(x) tem o termo aditivo de −3. Como sen(x) varia de −1 a 1, a função g(x) terá seus valores variando de −3 −1 = −4 até −3 +1 = −2. Portanto, a imagem de g(x) é [−4,−2].

AFIRMAÇÃO III: O domínio de f(x) é diferente do domínio de g(x).

A afirmação é falsa, pois o domínio de ambas as funções é todos os números reais.



Assim, a afirmação correta é a letra "b".

Questão 47

Quando infectada por um vírus, uma pessoa pode desencadear 9 sintomas diferentes. Porém, os órgãos de saúde informam à população que caso apresentem 5 desses sintomas, procurem tratamento médico.
De quantas maneiras diferentes, uma pessoa pode manifestar sintomas suficientes para que seja encaminhado para tratamento médico?

a. ( ) 3.024
b. ( ) 362.880
c. ( ) 126
d. ( ) 15.120
e. ( ) 210

Resolução

A ordem em que os sintomas aparecem não importa, apenas quais sintomas estão presentes, portanto é uma combinação.

$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Sendo que "n" é o número total de sintomas $(n = 9)$ e "k" o número de sintomas evidenciado $(k = 5)$.

$$C(9,5) = \frac{9!}{5!(9-5)!}$$

$$C(9,5) = \frac{9!}{5!\cdot 4!}$$

$$C(9,5) = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5!}{5!\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$C(9,5) = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2}$$

$$C(9,5) = \frac{9\cdot 8\cdot 7}{4}$$

$$C(9,5) = 9\cdot 2\cdot 7 = 126$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "c".

Questão 48

Analise as afirmações a respeito do sistema:

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y+z=0 \\ 3x+my-z=n \end{cases}$$

I. O sistema é possível e indeterminado se $m=1$ e $n=\frac{5}{3}$.

II. O sistema é impossível para $m=1$ e $n\neq\frac{5}{3}$.

III. Se $m=3$ e $n=6$ os valores de x, y e z são $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$ e 1 respectivamente.

Está **correta** a alternativa:

a. ( ) Somente I.
b. ( ) Somente II.
c. ( ) Somente III.
d. ( ) Somente I e II.
e. ( ) I, II, III.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: O sistema é possível e indeterminado se $m=1$ e $n=\frac{5}{3}$.

A afirmação é verdadeira, porque o determinante do sistema é igual à zero, logo S.P.I (Sistema Possível e Indeterminada) ou S.I. (Sistema Impossível).

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}=0 \Rightarrow \text{S.P.I. ou S.I.}$$

Aplicando eliminação gaussiana, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 5/3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ L_3 = L_2 - 2L_1 \\ L_3 = L_3 - 3L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 2/3 \end{bmatrix} L_3 = L_3 + \tfrac{2}{3}L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ao chegar ao fim da aplicação do método de Gauss e realizar-se a retrosubtituição, encontra-se $z = \frac{0}{0}$, ou seja, uma indeterminação, o que permite concluir que o sistema é possível e indeterminado.

AFIRMAÇÃO II: O sistema é impossível para $m = 1$ e $n \neq \frac{5}{3}$.

A afirmação é verdadeira, lembre que o determinante do sistema é igual à zero, logo S.P.I ou S.I. Mas agora $n \neq \frac{5}{3}$**.**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & n \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ L_3 = L_2 - 2L_1 \\ L_3 = L_3 - 3L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & n-3 \end{bmatrix} L_3 = L_3 + \tfrac{2}{3}L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & n-\frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

Portanto, se o elemento da terceira linha e quarta coluna, n, for diferente de $5/3$ o valor será diferente de zero. Ao realizar-se a retrosubstituição irá se obter uma divisão por zero, a qual é impossível de resolver, por isso o sistema é denominado impossível.

AFIRMAÇÃO III: Se $m = 3$ e $n = 6$ os valores de x, y e z são $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$ e 1 respectivamente.

A afirmação é falsa, porque considerando os valores de "m" e "n" na terceira linha percebe-se uma contradição.

$$\begin{aligned} 3x + my - z &= n \\ 3x + 3y - z &= 6 \\ 3\frac{1}{3} + 3\frac{5}{3} - 1 &= 6 \\ 1 + 5 - 1 &= 6 \\ 5 &\neq 6 \end{aligned}$$

Se optar resolver pelo método de Gauss ao fazer a retrosubstituição verificará que $z = \frac{3}{2}$ o que já permite concluir que a afirmação é falsa.

Portanto, resposta a alternativa correta é a letra "d".

Capítulo 6

VESTIBULAR 2026



Questão 41

Um paciente precisa monitorar sua glicemia regularmente. Antes do café da manhã, seu nível de glicose no sangue foi de 110 mg/dL. Após a refeição, esse valor aumentou 25%, mas com a medicação adequada reduziu 10% depois de determinado período de tempo.

Sabendo que um nível de glicose acima de 126 mg/dL é considerado um indicativo de hiperglicemia, determine se esse paciente apresenta ou não hiperglicemia após medicação, considerando os percentuais mencionados e marque a alternativa **correta**.

a. ( ) Sim, pois sua glicemia é de 137,50 mg/dL.
b. ( ) Não, pois sua glicemia é de 137,50 mg/dL.
c. ( ) Não, pois sua glicemia é de 123,75 mg/dL.
d. ( ) Sim, pois sua glicemia é de 151,25 mg/dL.
e. ( ) Não, pois sua glicemia é de 147,50 mg/dL.

Resolução

A glicemia antes do café é 110 mg/dL e após o café aumentou 25%, ou seja, passou para 137,5 mg/dL. O cálculo que expressa esta ideia é

$$110 \times 1{,}25 = 137{,}5 \text{ mg/dL}$$

Mas com a medicação adequada reduziu 10%, passando para 123,75 mg/dL. O cálculo que expressa esta ideia é:

$$137{,}5 \times 0{,}9 = 123{,}75 \text{ mg/dL}$$

Como $123{,}75 < 126$, o paciente não apresenta hiperglicemia. **A alternativa correta é a letra “c”.**

Questão 42

Um equipamento de ressonância magnética possui um túnel cilíndrico onde os pacientes são posicionados durante os exames. Esse túnel tem um diâmetro interno de x cm e um comprimento de 200 cm. Para melhorar o isolamento acústico, deseja-se instalar uma camada uniforme de material especial ao longo da superfície interna do cilindro, reduzindo o raio interno do túnel em 5 cm.

Assinale a alternativa **correta** para o volume do material usado no revestimento.

a. ( ) $1.000\pi(2x+5)$
b. ( ) $1.000\pi(2x-5)$
c. ( ) $1.000\pi(x+5)$
d. ( ) $1.000\pi(x-5)$
e. ( ) $1.000\pi x$

Resolução

Considerando que o diâmetro que o túnel tem um diâmetro interno de “x” cm, ou seja, raio igual a x/2 cm e um comprimento de 200 cm, pode-se calcular o volume do cilindro.

$$V = \pi r^2 h$$
$$V = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 200$$
$$V = 200\pi\frac{x^2}{4}$$
$$V = 50\pi x^2$$

Como o raio interno do túnel será reduzido em 5 cm, então o novo volume será dado pela expressão

$$V_{NOVO} = \pi\left(\frac{x}{2}-5\right)^2 200$$
$$V_{NOVO} = 200\pi\left(\frac{x-10}{2}\right)^2$$
$$V_{NOVO} = 200\pi\left(\frac{x^2-20x+100}{4}\right)$$
$$V_{NOVO} = 50\pi\left(x^2-20x+100\right)$$
$$V_{NOVO} = 50\pi x^2 - 1.000\pi x + 5.000\pi$$

Finalmente, o volume do material usado no revestimento pode ser calculado fazendo a diferença entre as expressões encontradas.

$$
\begin{aligned}
V_{MATERIAL} &= V - V_{NOVO} \\
V_{MATERIAL} &= 50\pi x^2 - \left(50\pi x^2 - 1.000\pi x + 5.000\pi\right) \\
V_{MATERIAL} &= 50\pi x^2 - 50\pi x^2 + 1.000\pi x - 5.000\pi \\
V_{MATERIAL} &= 1.000\pi x - 5.000\pi \\
V_{MATERIAL} &= 1.000\pi\left(x - 5\right)
\end{aligned}
$$

Portanto, a alternativa correta é a letra “d”.

Questão 43

Sendo x um arco com extremidade no terceiro quadrante e $\sec(x) = -\frac{5}{3}$, então $2\text{sen}^2(x) - 4\text{tg}(x)$ é igual a:

a. ( ) $-\frac{104}{15}$

b. ( ) $-\frac{304}{75}$

c. ( ) $-\frac{256}{120}$

d. ( ) $-\frac{52}{75}$

e. ( ) $-\frac{135}{67}$

Resolução

Se $\sec(x) = -\frac{5}{3}$ e sabe-se que $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$, então:

$$\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

$$-\frac{5}{3} = \frac{1}{\cos(x)}$$

$$\cos(x) = -\frac{3}{5}$$

Mas como foi informado que x está no terceiro quadrante, então: $\text{sen}(x) < 0$, $\cos(x) < 0$ e $\text{tg}(x) > 0$.

Usando a relação fundamental da trigonometria, pode-se obter o $\text{sen}(x)$.

$$\operatorname{sen}^2(x)+\cos^2(x)=1$$
$$\operatorname{sen}^2(x)=1-\cos^2(x)$$
$$\operatorname{sen}^2(x)=1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2$$
$$\operatorname{sen}^2(x)=1-\frac{9}{25}$$
$$\operatorname{sen}^2(x)=\frac{25-9}{25}$$
$$\operatorname{sen}^2(x)=\frac{16}{25}$$
$$\operatorname{sen}(x)=\pm\frac{4}{5}$$

Lembre que $\operatorname{sen}(x)<0$, ou seja,

$$\operatorname{sen}(x)=-\frac{4}{5}$$

A tangente pode ser calculada fazendo

$$\operatorname{tg}(x)=\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}=\frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}}=\frac{4}{3}$$

De posse das informações a expressão $2\operatorname{sen}^2(x)-4\operatorname{tg}(x)$ pode ser calculada como segue:

$$2\operatorname{sen}^2(x)-4\operatorname{tg}(x)=2\frac{16}{25}-4\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{32}{25}-\frac{16}{3}=-\frac{304}{75}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 44

Um paciente voluntário está testando um novo tratamento por via oral. A dose administrada no dia n (em mg) é dada pela progressão aritmética:

$$D_n = 50 + 10(n-1), \text{ com } n = 1, 2, 3, ...$$

Após cada dose diária, percebeu-se que a fração do fármaco, que permanece no organismo até o dia seguinte, é $r = 0{,}6$. Nesse novo tratamento o pico de concentração no dia n é a soma das frações remanescentes das doses anteriores mais a nova dose:

$$C_n = D_n + rD_{n-1} + r^2D_{n-2} + ... + r^{n-1}D_1$$

Pode-se afirmar que o pico de concentração no quinto dia é:

a. ( ) 82,64
b. ( ) 142,64
c. ( ) 162,64
d. ( ) 182,64
e. ( ) 192,64

Resolução

Conforme apresentado há uma progressão aritmética (P.A.) com termo inicial 50, razão 10 e o fator de retenção dia-a-dia é 0,6. Sabe-se ainda que a concentração no quinto dia é dada pela expressão

$$C_5 = D_5 + rD_4 + r^2D_3 + r^3D_2 + r^4D_1$$

Inicialmente, calculando cada uma das doses.

$$D_1 = 50 + 10(1-1) = 50$$
$$D_2 = 50 + 10(2-1) = 60$$
$$D_3 = 50 + 10(3-1) = 70$$
$$D_4 = 50 + 10(4-1) = 80$$
$$D_5 = 50 + 10(5-1) = 90$$

Finalmente, multiplicando pelas potências de r e somando:

$$C_5 = D_5 + rD_4 + r^2D_3 + r^3D_2 + r^4D_1$$
$$C_5 = 90 + 0{,}6 \cdot 80 + (0{,}6)^2 \cdot 70 + (0{,}6)^3 \cdot 60 + (0{,}6)^4 \cdot 50$$
$$C_5 = 90 + 0{,}6 \cdot 80 + 0{,}36 \cdot 70 + 0{,}216 \cdot 60 + 0{,}1296 \cdot 50$$
$$C_5 = 182{,}64$$

Portanto, conforme estabelecido, a concentração no quinto dia será 182,64 mg, então a resposta correta letra “d”.

Questão 45

Sejam x e y números reais positivos tais que,

$$\log_{10} x + 2\log_{10} y = 7 \qquad \text{e} \qquad 2\log_{10} x - \log_{10} y = 4$$

Considere um triângulo retângulo cujos catetos medem, em centímetros, x e y. Pode-se afirmar que a área do triângulo retângulo é:

a. ( ) $10.000\ cm^2$
b. ( ) $12.000\ cm^2$
c. ( ) $20.000\ cm^2$
d. ( ) $40.000\ cm^2$
e. ( ) $50.000\ cm^2$

Resolução

Considerando, $a = \log_{10} x$ e $b = \log_{10} y$, pode-se escrever o seguinte sistema

$$\begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases}$$

Cuja solução é $a = 3$ e $b = 2$, o que implica que:

$$\log_{10} x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 1.000 \qquad \text{e} \qquad \log_{10} y = 2 \quad \Rightarrow \quad y = 100$$

Portanto, a área do triângulo retângulo é:

$$A = \frac{x \cdot y}{2}$$

$$A = \frac{1.000 \cdot 100}{2}$$

$$A = 50.000\ cm^2$$

A alternativa correta é a letra "e".

Outra maneira para determinar o "x" e "y" seria considerar o sistema da forma:

$$\begin{cases} \log_{10} x + 2\log_{10} y = 7 \\ 2\log_{10} x - \log_{10} y = 4 \end{cases}$$

Multiplicar a segunda linha por 2 e somar as colunas.

$$\begin{cases} \log_{10} x + 2\log_{10} y = 7 \\ 4\log_{10} x - 2\log_{10} y = 8 \end{cases}$$
$$5\log_{10} x = 15$$

Obtendo o valor de x

$$\begin{aligned} 5\log_{10} x &= 15 \\ \log_{10} x &= 3 \\ 10^3 &= x \\ x &= 1.000 \end{aligned}$$

Agora, considerando o valor encontrado para “x” na primeira equação, pode-se calcular “y”.

$$\begin{aligned} \log_{10} 1.000 + 2\log_{10} y &= 7 \\ 3 + 2\log_{10} y &= 7 \\ 2\log_{10} y &= 4 \\ \log_{10} y &= 2 \\ 10^2 &= y \\ y &= 100 \end{aligned}$$

Portanto, mesmos valores encontrados anteriormente. Note que, para calcular a área do triângulo procede-se da mesma forma já apresentada.

Questão 46

Analise as afirmações sobre equações algébricas de coeficientes reais:

I. A equação $x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4 = 0$ possui uma raiz racional negativa.

II. Se a equação polinomial com coeficientes reais admite as raízes -3, 1, $-3+i$ e $1-i$ o seu grau é 6.

III. Toda equação polinomial da forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, com **a**, **b**, **c**, **d** reais e $a \neq 0$, admite pelo menos uma raiz real.

IV. A multiplicidade de uma raiz do polinômio $x^3 - 3x + 2 = 0$ é 3.

Está **correta** a alternativa:

a. ( ) I e II, apenas.
b. ( ) I, II e III, apenas.
c. ( ) II e IV, apenas.
d. ( ) I e IV, apenas.
e. ( ) I, II, III e IV.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: A equação $x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4 = 0$ possui uma raiz racional negativa.

Essa afirmação é verdadeira, pois pelo Teorema das Raízes Racionais (também chamado de Teorema de Gauss para polinômios) que é um resultado clássico da álgebra e que ajuda a encontrar possíveis raízes racionais de um polinômio com coeficientes inteiros. O polinômio:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

tem uma raiz racional $\frac{p}{q}$, sendo "p" os divisores do termo a_0 e "q" os divisores do termo a_n. Portanto, no polinômio, $P(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4$:

$a_0 = -4$, os divisores são: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$.
$a_n = 1$, os divisores são: ± 1

Contudo, o único valor que é uma "raiz racional negativa" é -2, verificado pelo teorema do resto:

$$P(-2) = (-2)^4 - (-2)^3 - 2(-2)^2 + 6(-2) - 4 = 0$$

Ou, por Briot- Ruffini:

-2	1	-1	-2	6	-4
	1	-3	4	-2	0

AFIRMAÇÃO II: Se a equação polinomial com coeficientes reais admite as raízes $-3,\ 1, -3+i$ e $1-i$ o seu grau é 6.

Essa afirmação também é verdadeira, porque em polinômios com coeficientes reais, se um número complexo é raiz, então seu conjugado também é raiz. Assim:

a) De $-3+i$ também existe $-3-i$
b) De $1-i$ também existe $1+i$

Portanto, as raízes da equação polinomial são dadas pelo conjunto {-3; 1; -3+i;-3-i; 1-i; 1+ i}, o que confirma que o grau é 6.

AFIRMAÇÃO III: Toda equação polinomial da forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, com **a**, **b**, **c**, **d** reais e $a \neq 0$, admite pelo menos uma raiz real.

Funções polinomiais de grau ímpar têm domínio real e imagem também real. Nesse caso, $ax^3 + bx^2 + cx + d$, temos:

a) Quando $x \to + \infty$, $f(x) \to + \infty$ se $a>0$ (ou $- \infty$ se $a<0$)
b) Quando $x \to - \infty$, $f(x) \to - \infty$ se $a>0$ (ou $+ \infty$ se $a<0$)

Pelo Teorema do Valor Intermediário (ou de Bolzano), como a função "troca de sinal" ao ir de $-\infty$ a $+\infty$, tem que cruzar o eixo x pelo menos uma vez.

Outra maneira seria considerar o fato de que numa equação polinomial de grau três, pode haver no máximo duas raízes complexas, já que deverá ter três raízes e as complexas aparecem sempre em número par.

AFIRMAÇÃO IV: A multiplicidade de uma raiz do polinômio $x^3 - 3x + 2 = 0$ é 3.

A afirmação não é verdadeira, pois $x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2) = (x-1)(x-1)(x+2) = (x-1)^2(x+2)$. Logo, as raízes são x = 1 (multiplicidade 2) e x = −2 (multiplicidade 1). Portanto, não há raiz de multiplicidade 3.

Outra maneira de resolver seria utilizar o dispositivo Briot-Ruffini para encontrar as raízes.

Assim, a alternativa correta é a letra "b".

Questão 47

Uma função polinomial do primeiro grau é definida por $f(x) = ax + b$, sendo $f(1) = 6$ e $f(-2) = 3$. Analise as afirmações apresentadas a seguir:

I. $f(x)$ é crescente.
II. O gráfico de $f(x)$ passa pela origem do plano cartesiano.
III. O coeficiente angular da função $f(x)$ é 1 e, portanto, o ângulo de inclinação entre a reta e o eixo x é de 45º.
IV. $f(3) = 6$.
V. A raiz da função $f(x)$ é -5.

Está **correta** a alternativa:

a. ( ) I, apenas.
b. ( ) I e III, apenas.
c. ( ) I, III e V, apenas.
d. ( ) I e II, apenas.
e. ( ) I, II, III, IV e V.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: $f(x)$ é crescente.

A afirmação é verdadeira. O coeficiente angular pode ser obtido calculando:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-6}{-2-1} = \frac{-3}{-3} = 1$$

Portanto, se $a = 1 > 0$ a função é crescente.

Caso queira exercitar pode-se também pode-se encontrar o coeficiente linear, considerando que $f(1) = 6$, então:

$$y = ax + b$$
$$6 = 1 \cdot 1 + b$$
$$b = 5$$

Portanto, $y = x + 5$.

Outra maneira de encontrar os coeficientes seria considerar um sistema baseado nos pontos $f(1)=6$ e $f(-2)=3$.

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 2a-b=-3 \end{cases}$$

Ao resolver o sistema encontra-se $a=1$ e $b=5$, formando a função $f(x)=x+5$, como o coeficiente angular de x é positivo a função e crescente.

AFIRMAÇÃO II: O gráfico de $f(x)$ passa pela origem do plano cartesiano.

A afirmação é falsa. O gráfico não passa pela origem, pois intercepta os eixos nos pontos (0; 5) e (-5, 0).

Ou ainda, pode-se verificar que a afirmação é falsa, pois como a $f(x)=x+5$, o gráfico intercepta no ponto (0; 5) que é o termo independente que é 5.

AFIRMAÇÃO III: O coeficiente angular da função $f(x)$ é 1 e, portanto, o ângulo de inclinação entre a reta e o eixo x é de 45º.

A afirmação é verdadeira. O coeficiente angular é 1 e o ângulo de inclinação entre a reta e o eixo x pode ser calculado da forma.

$$\begin{aligned} tg(\alpha) &= a \\ \alpha &= arctg(a) \\ \alpha &= arctg(1) \\ \alpha &= 45^o \end{aligned}$$

AFIRMAÇÃO IV: $f(3)=6$

A afirmação é falsa, pois

$$\begin{aligned} y &= x+5 \\ 6 &= 3+5 \\ 6 &\neq 8 \end{aligned}$$

AFIRMAÇÃO V: A raiz da função $f(x)$ é -5.

A informação que -5 é raiz da função é verdadeira, pois se $f(x) = 0$ implica que

$$f(x) = x + 5$$
$$0 = x + 5$$
$$x = -5$$

Portanto, a alternativa correta é a letra "c".

Questão 48

Uma empresa vende quatro modelos de um produto em três lojas. A matriz A apresenta o número de produtos vendidos em cada loja e de cada modelo. O estoque da loja i e o modelo j estão apresentados na matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 9 & 7 & 11 \\ 10 & 1 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Na matriz B a primeira coluna apresenta o preço dos produtos no atacado e, a segunda coluna, o preço no varejo:

$$B = \begin{bmatrix} 120 & 230 \\ 345 & 220 \\ 310 & 450 \\ 620 & 710 \end{bmatrix}$$

Analise as afirmações a seguir:

I. O produto da primeira linha da matriz A pela primeira coluna da matriz B, representa o montante que a loja 1 recebe ao vender os produtos dos modelos 1, 2, 3 e 4, no preço de atacado.
II. A ordem da matriz produto de A por B é 3×4.
III. O significado do produto da matriz A por B é igual ao significado de $A \cdot B^t$.
IV. O determinante da matriz produto de A por B é 25.

A alternativa **correta** é:

a. ( ) Somente a I.
b. ( ) Somente a II.
c. ( ) Somente a III.
d. ( ) Somente I e IV.
e. ( ) I, II, III e IV.

Resolução

AFIRMAÇÃO I: O produto da primeira linha da matriz A pela primeira coluna da matriz B, representa o montante que a loja 1 recebe ao vender os produtos dos modelos 1, 2, 3 e 4, no preço de atacado.

É verdadeira porque a primeira linha da matriz A apresenta o número de produtos vendidos de cada modelo pela loja 1. E a coluna 1 da matriz B representa o preço de cada um dos produtos. Então ao multiplicar a primeira linha da matriz A pela primeira coluna da matriz

B será obtido o montante que a loja 1 receberá ao vender os produtos naquelas quantidades e modelos.

AFIRMAÇÃO II: A ordem da matriz produto de A por B é 3×4.

Note que, ao multiplicar as matrizes A e B, o número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B, essa é a condição necessária para que seja possível a multiplicação das matrizes. Então, a matriz resultante terá ordem 3×2.

$$\underset{\text{iguais}}{A_{3\times 4}\cdot B_{4\times 2}} = C_{3\times 2}$$

AFIRMAÇÃO III: O significado do produto da matriz A por B é igual ao significado de $A\cdot B^t$.

O produto de A por B representa para cada loja na primeira coluna o faturamento no atacado e na segunda coluna o faturamento no varejo, ou seja, é a matriz de faturamento total por loja. Já a multiplicação $A\cdot B^t$ será impossível haja visto que $A_{3\times 4}\cdot B^t{}_{2\times 4}$, ou seja, número de colunas de A é diferente do número de linhas de B^t.

AFIRMAÇÃO IV: O determinante da matriz produto de A por B é 25.

O determinante só existe para matrizes quadradas ($2\times 2, 3\times 3$, etc), já o produto da matriz A por B gera uma matriz 3×2 não quadrada, o que impossibilita encontrar o determinante da matriz produto.

A alternativa correta é a letra "a".

Índice de Conteúdos

Conteúdo Página

Análise Combinatória
42 (2021) 11
44 (2022) 29
47 (2025) 84
Binômio de Newton
50 (2022) 39
Conjuntos Numéricos
Conjuntos dos Números Reais 10
41 (2021) 10
42 (2023) 44
Conjunto dos Números Complexos
47 (2021) 17
44 (2023) 49
44 (2025) 78
Operações com Conjuntos
45 (2022) 31
Determinante
50 (2021) 22
41 (2023) 42
43 (2023) 47
48 (2024) 71
48 (2025) 85
Equação Exponencial
48 (2022) 36
45 (2025) 81
Equação Trigonométrica
49 (2021) 21
46 (2025) 82
Funções Composta
43 (2022) 28

41 (2024) 58
Função Exponencial
47 (2021) 17
42 (2022) 27
41 (2025) 75
Função Linear
43 (2022) 28
46 (2022) 33
41 (2023) 42
47 (2026) 99
Função Logarítmica
44 (2021) 14
Função Quadrática
46 (2022) 33
41 (2023) 42
42 (2023) 44
Geometria Analítica
50 (2021) 22
41 (2023) 42
46 (2024) 67
48 (2024) 71
47 (2026) 99
Equação da Circunferência
50 (2021) 22
46 (2024) 67
Equação da Reta 22
50 (2021) 22
46 (2024) 67
48 (2024) 71
Geometria Espacial
43 (2021) 13
46 (2021) 16
47 (2022) 35
48 (2023) 55
42 (2024) 59
45 (2024) 65
47 (2024) 69
42 (2026) 90
Geometria Plana
44 (2021) 14
49 (2022) 37
46 (2023) 53

42 (2024) 59
45 (2024) 65
47 (2024) 69
48 (2024) 71
43 (2025) 77
45 (2026) 95
Inequação Modular
47 (2021) 17
Logaritmos (propriedades)
44 (2021) 14
47 (2021) 17
48 (2022) 36
43 (2023) 47
41 (2025) 75
45 (2026) 95
Matemática Financeira
47 (2023) 54
43 (2024) 62
42 (2025) 76
41 (2026) 89
Matrizes
41 (2022) 26
43 (2023) 47
44 (2024) 63
48 (2026) 102
Polinômios
45 (2021) 15
46 (2021) 16
47 (2021) 17
44 (2023) 49
45 (2024) 65
45 (2025) 81
46 (2026) 97
Probabilidade
44 (2022) 29
45 (2023) 52
Progressão Aritmética
45 (2021) 15
46 (2023) 53
44 (2026) 94
Sistema de Equações
45 (2021) 15

48 (2021) 19
50 (2021) 22
43 (2022) 28
41 (2023) 42
43 (2024) 62
46 (2024) 67
48 (2024) 71
48 (2025) 85
45 (2026) 95
47 (2026) 99
Trigonometria
42 (2023) 44
42 (2024) 59
43 (2026) 92

URI
— ERECHIM —